

سوالات مفهومی:

هندسه ۳

پایه دوازدهم ریاضی

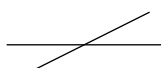
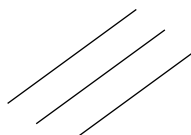
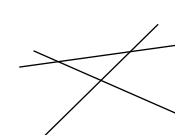
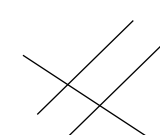
فصل اول: ماتریس و کاربردها

درس اول

مبحث: « حل دستگاه دو معادله دو مجهول »

سوالات مفهومی درس "هندسه ۳ - دوازدهم ریاضی"	
فصل: اول	درس / صفحه: درس اول «حل دستگاه دو معادله دو مجهولی به روش هندسی»

سوال شماره ۱			
نوع سوال: صحیح - غلط	سطح شناختی: فهمیدن	سطح دشواری: ساده	شمارک: ۰/۵
طراح: آقای رضا کاظمی		استان / شهرستان: قزوین / قزوین	
<u>سوال</u> در دستگاه دو معادله و دو مجهول $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$، اگر A ماتریس ضرایب، X ماتریس مجهولات و B ماتریس مقادیر معلوم باشد آنگاه مجهولات از رابطه $X = B \times A^{-1}$ به دست می آید (صحیح - غلط)			
<u>پاسخ تشریحی</u> غلط			

سوال شماره ۲			
نوع سوال: چندگزینه‌ای	سطح شناختی: کاربرستی	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۰/۵
طراح: آقای افشین طاهرخانی		استان / شهرستان: قزوین / تاکستان	
سوال معادلات دستگاه $\begin{cases} l_1: 3x - y = 2 \\ l_2: 3x + 4y = 1 \\ l_3: 6x - 2y = 5 \end{cases}$ را در یک صفحه رسم کرده ایم، شکل حاصل چگونه است.  (۴)  (۳)  (۲)  (۱)			
پاسخ تشریحی گزینه ۱ - شیب دو خط l_1 و l_3 یکسان است ولی خط‌ها برهم منطبق نیستند، خط l_1 با دو خط دیگر متقاطع است.			

سوال شماره ۳			
نوع سوال: چندگزینه ای	سطح شناختی: کاربرستن	سطح دشواری: ساده	شمارک: ۰/۵
طراح: آقای محمد سعید حکیمی		استان / شهرستان: کردستان / ناحیه ۲ سنندج	
<u>سوال</u> کدام دو خط زیر، بی شمار نقطهٔ مشترک دارند؟ $d_1: 4x = 2y + 7, d_2: 2x - y - 3 = 0, d_3: -3y = 9 - 6x$ d_1 و d_2 d_2 و d_3 d_1 و d_3 (۳) d_2 و d_3 (۴) هیچکدام			
<u>پاسخ تشریحی</u> گزینه ۳ - زیرا: $\frac{2}{6} = \frac{-1}{-3} = \frac{3}{9}$.			

سوال شماره ۴			
نوع سوال: کوتاه پاسخ	سطح شناختی: کاربرستن	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱/۲۵
طراح: آقای احسان حسینی بفروبی		استان / شهرستان: قم / قم	
<u>سوال</u> دستگاه $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ -6x + 2y = 3 \end{cases}$ را در نظر بگیرید. الف) دو خط موجود در این دستگاه چه وضعیتی نسبت به هم دارند؟ ب) آیا می‌توان از روش ماتریس معکوس برای حل این دستگاه استفاده کرد؟ پاسخ خود را تحلیل کنید؟			
<u>پاسخ تشریحی</u> الف) $\frac{3}{-6} = \frac{-1}{2} \neq \frac{1}{3}$ دو خط موازی‌اند (۰.۲۵) ب) $(0.25) A = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -6 & 2 \end{vmatrix} = 0$ چون ماتریس وارون پذیر نیست پس نمی‌توان از روش ماتریس معکوس برای حل آن استفاده کرد (۰.۵)			

سوال شماره ۵			
نوع سوال: کوتاه پاسخ	سطح شناختی: کاربرستن	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱
طراح: آقای محمد سعید حکیمی		استان / شهرستان: کردستان / ناحیه ۲ سنندج	
<u>سوال</u> مقدار k را چنان بیابید که دو خط زیر، فقط در یک نقطه مشترک باشند. $d_1: 2x - 4y = 3 \quad , \quad d_2: 5x - (k + 1)y = 4$			
<u>پاسخ تشریحی</u> باید: $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$. بنابراین: $\frac{2}{5} \neq \frac{-4}{-k-1} \Rightarrow -2k - 2 \neq -20 \Rightarrow -2k \neq -18 \Rightarrow k \neq 9$			

سوال شماره ۶			
نوع سوال: کوتاه پاسخ	سطح شناختی: تحلیل	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱/۵
طراح: خانم مریم عبدالملکی		استان / شهرستان: کردستان / قروه	
سوال اگر دستگاه $\begin{cases} ax + 3y = a + 4 \\ 2x + (a + 1)y = 3a \end{cases}$ بیشمار جواب داشته باشد، a را به دست آورید.			
پاسخ تشریحی $\frac{a}{2} = \frac{3}{a + 1} = \frac{a + 4}{3} \rightarrow a = 2$			

سوال شماره ۷			
نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: کاربرستن	سطح دشواری: ساده	شمارک: ۱/۵
طراح: آقای احسان حسینی بفرویی		استان / شهرستان: قم / قم	
سوال در خصوص عدم وجود و تعداد جواب های دستگاه $\begin{cases} (m - ۳)x + ۳y = m \\ ۴x + (m + ۱)y = ۲ \end{cases}$ به ازای مقادیر ۱ و $m = ۵$ بحث کنید.			
پاسخ تشریحی $m = ۵ \Rightarrow \begin{cases} ۲x + ۳y = ۵ \\ ۴x + ۶y = ۲ \end{cases} \Rightarrow \frac{۲}{۴} = \frac{۳}{۶} \neq \frac{۵}{۲} \Rightarrow (۰, ۵)$ $m = ۱ \Rightarrow \begin{cases} -۲x + ۳y = ۱ \\ ۴x + ۲y = ۲ \end{cases} \Rightarrow \frac{-۲}{۴} \neq \frac{۳}{۲} \neq \frac{۱}{۲} \Rightarrow (۰, ۲۵)$			

سوال شماره ۸			
نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: تحلیل	سطح دشواری: دشوار	شماره: ۱
طراح: گروه ریاضی استان اردبیل		استان / شهرستان: اردبیل	
<u>سوال</u>			
در دستگاه $\begin{cases} ax + by = ۱ \\ cx + dy = e \end{cases}$ ، معکوس ماتریس ضرایب به صورت $\begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۲ & -۱ \end{bmatrix}$ است. اگر $x = ۱$ باشد، مقدار y را بیابید.			
<u>پاسخ تشریحی</u>			
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۲ & -۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ \\ e \end{bmatrix} \xrightarrow{x=۱} \begin{bmatrix} ۱ \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۲ & -۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ \\ e \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} e = ۱ \\ y = ۲ - e \end{cases} \xrightarrow{e=۱} y = ۱$			

سوال شماره ۹			
نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: تحلیل	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱/۵
طراح: آقای رضا کاظمی		استان / شهرستان: قزوین / قزوین	
سوال اگر دستگاه $\begin{cases} (m+4)x + 7y = 1 \\ 3x + my = -1 \end{cases}$ فاقد جواب باشد، دستگاه $\begin{cases} (2m-1)x + my = m-1 \\ (m^2+1)x + (m+3)y = m+1 \end{cases}$ چند جواب دارد؟			
پاسخ تشریحی $\frac{m+4}{3} = \frac{7}{m} \neq \frac{1}{-1} \Rightarrow m^2 + 4m = 21 \Rightarrow \begin{cases} m = -7 & \times \\ m = 3 & \checkmark \end{cases}$$m = 3 \Rightarrow \frac{5}{10} = \frac{3}{6} = \frac{2}{4} \Rightarrow \text{بیشمار جواب}$			

سوال شماره ۱۰			
نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: تحلیل	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱/۵
طراح: گروه ریاضی استان اردبیل		استان / شهرستان: اردبیل	
<u>سوال</u> اگر دستگاه $\begin{cases} (m+2)x + y = -2 \\ 6x + (m+1)y = 6 \end{cases}$ جواب نداشته باشد آنگاه در مورد تعداد جوابهای دستگاه معادلات $\begin{cases} x + y = -2 \\ -4x + my = 5 \end{cases}$ بحث نمایید.			
<u>پاسخ تشریحی</u> برای این که دستگاه فاقد جواب باشد باید داشته باشیم: $\frac{m+2}{6} = \frac{1}{m+1} \neq \frac{-2}{6} \Rightarrow m^2 + 3m - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -4 \end{cases}$ غ ق ق دستگاه یک جواب دارد. $\frac{-1}{4} \neq \frac{1}{1} \quad \begin{cases} x + y = -2 \\ -4x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow m = 1$			

سوال شماره ۱۱

سوال شماره ۱۱			
نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: کاربری	سطح دشواری: دشوار	شمارک: ۱
طراح: آقای محمد سعید حکیمی		استان / شهرستان: کردستان / ناحیه ۲ سنندج	
<u>سوال</u>			
مقدار m را چنان بیابید که دو خط $d_1: 3x - 2y = 7$ و $d_2: (m^2 - 10)x + 4y = 5m - 4$ هیچ نقطهٔ مشترکی نداشته باشند.			
<u>پاسخ تشریحی</u>			
شرط اینکه دو خط هیچ نقطه مشترکی نداشته باشند، این است که: $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$. بنابراین:			
$\frac{3}{m^2 - 10} = \frac{-2}{4} \neq \frac{7}{5m - 4} \Rightarrow -2m^2 + 20 = 12 \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm 2$			
اگر $m = -2$ باشد، آنگاه داریم $\frac{3}{(-2)^2 - 10} = \frac{-2}{4} = \frac{7}{5(-2) - 4}$ یعنی: $\frac{3}{-6} = \frac{-2}{4} = \frac{7}{-14}$ بنابراین فقط مقدار ۲ قابل قبول است.			

سوال شماره ۱۲

سوال شماره ۱۲			
نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: کاربری	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱
طراح: آقای جعفر زنجانی		استان / شهرستان: زنجان / زنجان	
<u>سوال</u>			
مقدار m را طوری بیابید که دستگاه $\begin{cases} (m-3)x + 3y = m \\ 4x + (m+1)y = 2 \end{cases}$ جواب نداشته باشد.			
<u>پاسخ تشریحی</u>			
شرط اینکه دستگاه جواب نداشته باشد، یا بیشمار جواب داشته باشد، این است که دترمینان ماتریس ضرایب صفر باشد. بنابراین:			
$\begin{vmatrix} m-3 & 3 \\ 4 & m+1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (m-3)(m+1) - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -3 \Rightarrow \frac{-6}{4} = \frac{3}{-2} = \frac{-3}{2} \\ m = 5 \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{3}{6} \neq \frac{5}{2} \end{cases}$			
پس به ازای $m = 5$ دستگاه جواب ندارد.			

