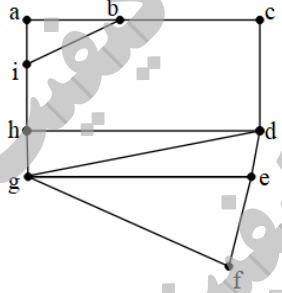


سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۹	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.gov.ir			

ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.)	نمره
۱	جملات زیر را با نوشتن عدد مناسب در جای خالی تکمیل کنید. (الف) اگر a, b دو عدد طبیعی بزرگتر از یک باشند و $27 b$ ، $9a b$ آنگاه $a = \dots$ است. (ب) اگر در گراف G از مرتبه ۷ داشته باشیم $\gamma(G) = 1$ در این صورت $\Delta(G)$ برابر با است. (پ) مجموع درایه های ستون دوم یک مربع لاتین مرتبه ۴ برابر با است.	۰/۷۵
۲	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. (الف) گراف ساده با درجه رئوس ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ وجود ندارد. (ب) اگر α, β دو عدد گنگ غیر مساوی باشند، حاصل $\frac{\alpha + \beta}{2\beta}$ عددی گنگ است. (پ) تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۶ عضوی برابر با ۱۵ است.	۰/۷۵
۳	اگر $a \neq 0$ عددی صحیح و $2a 3m - 4$ ، $2a 5m - 2$ جوابهای صحیح a را مشخص کنید؟ ($m \in \mathbb{Z}$)	۱/۵
۴	اگر m, n دو عدد طبیعی و a, b دو عدد صحیح باشند و $a \equiv b^m$ نشان دهید، $a^n \equiv b^n$.	۱
۵	برای دو عدد حقیقی x, y نشان دهید: $3x^2 + y^2 \geq 6x - 3$	۱/۲۵
۶	اگر a, b دو عدد صحیح باشند و $5ab$ عددی فرد باشد، ثابت کنید حاصل $a^2 + b^2$ عددی زوج است.	۱/۲۵
۷	شخصی در یک مسابقه پرتاب دارت، در هر پرتاب ۷ یا ۹ امتیاز و در مجموع ۱۸۳ امتیاز کسب کرده است. حداکثر تعداد پرتاب های ۹ امتیازی او چند تا است؟	۱/۵
۸	گراف G با مجموعه رئوس $V(G) = \{a, b, c, d, e\}$ مفروض است. اگر داشته باشیم: $N_G(d) = \{a, b, c\}$ ، $N_G(c) = \{d, b\}$ ، $N_G(b) = \{a, d, c\}$ (الف) گراف G را رسم کنید. (ب) یک دور به طول ۴ از گراف G بنویسید. (پ) دو زیر گراف از مرتبه ۳ و اندازه ۳ از گراف G رسم کنید. (ت) حاصل $\Delta(\bar{G}) + q(\bar{G})$ را به دست آورید.	۲
۹	مجموع درجات گراف برابر ۲۴ است. اگر ۳ یال به یال های گراف G اضافه کنیم، گراف حاصل، گراف کامل می شود. مرتبه گراف G چقدر است؟	۱

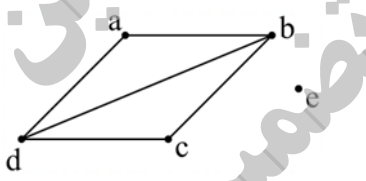
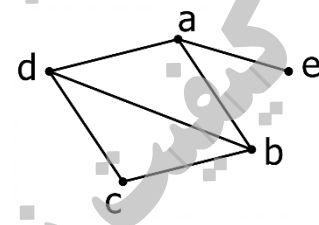
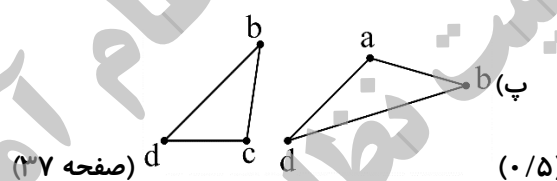
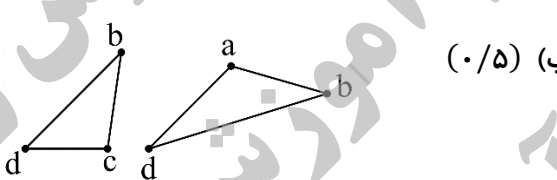
سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۹	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.gov.ir			

ردیف	سوالات (پاسخ برگ دارد - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.)	نمره
۱۰	یک گراف ۴ راسی غیر تهی k - منتظم رسم کنید که: (الف) بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد. (ب) کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.	۱
۱۱	(الف) یک مجموعهٔ احاطه گر مینیمال ۳ عضوی از گراف مقابل را بنویسید. (ب) عدد احاطه گری گراف مقابل را با ذکر دلیل تعیین کنید.	۱/۵
		
۱۲	به چند طریق می‌توان ۶ نفر را در سه اتاق ۱، ۲، ۳ نفره اسکان داد؟	۰/۷۵
۱۳	معادله $X_1 + 2\sqrt{X_2} + X_3 + X_4 = 5$ چند جواب صحیح نامنفی دارد؟	۱/۷۵
۱۴	(الف) یک مربع لاتین چرخشی مرتبه ۴ بنویسید و آن را A بنامید. (ب) مربع لاتین حاصل از جایگشت $\begin{pmatrix} 1 \rightarrow 4 \\ 2 \rightarrow 3 \\ 3 \rightarrow 2 \\ 4 \rightarrow 1 \end{pmatrix}$ را روی مربع لاتین A بسازید و آن را B بنامید. (پ) آیا A, B متعامدند؟ چرا؟	۱
۱۵	در بین اعداد مجموعه $\{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 400\}$ چند عدد وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۶ و ۴ بخش پذیر نباشند.	۱/۵
۱۶	۱۳ نقطه درون یک مستطیل 3×4 قرار دارند. نشان دهید، حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارد که فاصله آنها از هم، کمتر از $\sqrt{2}$ است.	۱/۵
۲۰	موفق باشید	جمع نمره
صفحه ۲ از ۲		

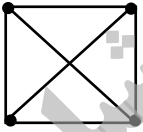
راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.gov.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) $a=3$ (صفحه ۱۱) ب) $\Delta(G)=6$ (صفحه ۵۳) پ) $(\cdot/25)$ ۱۰ (صفحه ۶۲)	۰/۷۵
۲	الف) $(\cdot/25)$ درست (صفحه ۴۰) ب) $(\cdot/25)$ نادرست (صفحه ۳) پ) $(\cdot/25)$ نادرست (صفحه ۷۸)	۰/۷۵
۳	$2a 5m-2 \Rightarrow 2a 15m-6$ (صفحه ۱۲) $\Rightarrow 2a 14$ (صفحه ۱۲) $\Rightarrow a 7$ (صفحه ۱۲)	۱/۵
۴	$a \equiv b \Rightarrow m a-b$ (صفحه ۲۰) $\Rightarrow m (a-b)(a^{n-1}+ba^{n-2}+\dots+b^{n-1})$ (صفحه ۲۰) $\Rightarrow m a^n-b^n \Rightarrow a^n \equiv b^n$ (صفحه ۲۰)	۱
۵	نامساوی همواره برقرار است. $(\cdot/25)$ چه با استفاده از نماد $(\Leftrightarrow)$ و چه به صورت توضیحی، به برگشت پذیر بودن مراحل اشاره شود. (نمره تعلق بگیرد.)	۱/۲۵
۶	روش اول: $5ab \Rightarrow ab$ فرد $(\cdot/25) \Rightarrow a, b$ هر دو فرد $(\cdot/25) \Rightarrow (2k+1)^2 + (2k'+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 + 4k'^2 + 4k' + 1 = 4(k^2 + k + k'^2 + k' + 1) = 4q$ (صفحه ۵) $a^2 + b^2 = 2q$ (صفحه ۵) روش دوم: مربع هر عدد فرد به صورت $4k+1$ است. وقتی $5ab$ فرد است، بنابر این a و b هر دو فرد هستند. $(\cdot/25)$ بنابر این $a^2 + b^2 = (4k+1) + (4k'+1) = 4(k+k'+1) = 4q$ (صفحه ۵) روش سوم: وقتی $5ab$ فرد است، بنابر این a, b هر دو فرد هستند. در نتیجه توان دوم آن ها یعنی a^2, b^2 هر دو فرد هستند. از آن جا که مجموع دو عدد فرد عددی زوج است $(\cdot/25)$ ، بنابر این $a^2 + b^2$ عددی زوج است.	۱/۲۵

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳		azmoon.medu.gov.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	(صفحه ۲۸) روش اول: $7x + 9y = 183 \rightarrow 7x \equiv 183 \equiv 3 \pmod{25} \xrightarrow{+18} 7x \equiv 21 \xrightarrow{\div 7} x \equiv 3 \pmod{25}$ $\Rightarrow x = 9k + 3 \pmod{25} \Rightarrow 7(9k + 3) + 9y = 183 \pmod{25} \rightarrow y = 18 - 7k \pmod{25}$ حداکثر تعداد پرتابه‌های ۹ امتیازی $y = 18 \pmod{25}$ روش دوم: $7x + 9y = 183 \rightarrow 9y \equiv 183 \equiv 1 \pmod{25} \xrightarrow{+25} 9y \equiv 26 \xrightarrow{\div 9} y \equiv 4 \pmod{25}$ $\Rightarrow y = 7k + 4 \pmod{25} \Rightarrow 7x + 9(7k + 4) = 183 \pmod{25} \rightarrow x = 21 - 9k \pmod{25}$ حداکثر تعداد پرتابه‌های ۹ امتیازی $y = 18 \pmod{25}$ (به روش‌های صحیح دیگر، به تناسب نمره تعلق گیرد.)	۱/۵
۸	روش اول: الف) (صفحه ۵۳) (۰/۵)  ت) $4 + 5 = 9 \pmod{5}$ (صفحه ۳۸) روش دوم: الف) رسم شکل (۰/۵)  ت) $3 + 4 = 7 \pmod{5}$ (همکار گرامی دانش آموز هر کدام از حالتها را درست نوشت، لطفاً نمره کامل تعلق گیرد) ب) $abcd$ (۰/۵) یا $(adcb, bcdab, badcb, cdabc, dabcd, dcba)$ پ) (۰/۵)  ب) $abcd$ (۰/۵) یا $(adcb, bcdab, badcb, cdabc, dabcd, dcba)$ پ) (۰/۵) 	۲
۹	روش اول: (صفحه ۳۹ یا ۴۲) $2q = 24 \pmod{25} \rightarrow q = 12 \Rightarrow 15 = \frac{n(n-1)}{2} \pmod{25} \Rightarrow n(n-1) = 30 \Rightarrow n = 6 \pmod{25}$ روش دوم: اگر یالی به گراف اضافه گردد، مجموع درجات گراف جدید، ۲ واحد از مجموع درجات گراف قبل بیشتر است، بنابراین با اضافه شدن ۳ یال جدید، ۶ واحد به مجموع درجات راس‌های گراف G اضافه می‌شود. (۰/۲۵) $2q(G) + 6 = 2q(K_n) = n(n-1) \pmod{25}$ بنابر این، $30 = n^2 - n \pmod{25}$، در نتیجه $n = 6 \pmod{25}$	۱
	صفحه ۲ از ۴	

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.gov.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	(الف) (صفحه ۴۲)  (۰/۵) (ب)  (۰/۵)	۱
۱۱	(الف) (صفحه ۴۷ یا ۵۲) (به مجموعه های مینیمال سه عضوی دیگر بارم تعلق گیرد) (۰/۵) $D = \{e, b, h\}$ (ب) روش اول: $\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil \Rightarrow \gamma(G) \geq \left\lceil \frac{9}{4+1} \right\rceil = 2$ (۰/۵) طرفی مجموعه $D = \{g, b\}$ (۰/۲۵) یک مجموعه احاطه گر است. پس: $\gamma(G) = 2$ (۰/۲۵) روش دوم: با توجه به اینکه $D = \{g, b\}$ (۰/۲۵) یک مجموعه احاطه گر است و همچنین هیچ مجموعه احاطه گر یک عضوی وجود ندارد، (۰/۲۵) (گراف با یک راس احاطه نمی شود. زیرا گراف مرتبه ۹ است و هیچ راسی از درجه ۸ وجود ندارد.) بنابر این عدد احاطه گری برابر ۲ است. (۰/۵)	۱/۵
۱۲	(صفحه ۵۹) روش اول: $\frac{6! \cdot (0/25)}{2! \cdot (0/25) \times 3! \cdot (0/25)} = 60$ روش دوم: $\binom{6}{3} \times \binom{3}{2} \times \binom{1}{1} = 60$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۰/۷۵
۱۳	(صفحه ۷۱) $x_1 = 0 \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 5 \quad (0/25) \rightarrow \binom{5+3-1}{3-1} = 21 \quad (0/25)$ $x_1 = 1 \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 3 \quad (0/25) \rightarrow \binom{3+3-1}{3-1} = 10 \quad (0/25)$ $x_1 = 4 \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 1 \quad (0/25) \rightarrow \binom{1+3-1}{3-1} = 3 \quad (0/25)$ $21 + 10 + 3 = 34 \quad (0/25)$	۱/۷۵
۱۴	(الف) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad (0/25)$ (ب) $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad (0/25)$ $\Rightarrow \begin{pmatrix} 14 & 23 & 32 & 41 \\ 41 & 14 & 23 & 32 \\ 32 & 41 & 14 & 23 \\ 23 & 32 & 41 & 14 \end{pmatrix}$ (پ) خیر - (۰/۲۵) زیرا مربع لاتین ادغام شده، دارای درایه های تکراری است. (۰/۲۵) (صفحه ۶۴)	۱

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.gov.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۵	(صفحه ۷۴) $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 6 \mid n\} \Rightarrow A = \left[\frac{400}{6} \right] = 66 \text{ (} ۰/۲۵ \text{)}$ $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 4 \mid n\} \Rightarrow B = \left[\frac{400}{4} \right] = 100 \text{ (} ۰/۲۵ \text{)}$ $A \cap B = \{n \in \mathbb{N} \mid 12 \mid n\} \Rightarrow A \cap B = \left[\frac{400}{12} \right] = 33 \text{ (} ۰/۵ \text{)}$ $ \overline{A \cup B} = S - (A + B - A \cap B) \text{ (} ۰/۲۵ \text{)} = 400 - (66 + 100 - 33) = 267 \text{ (} ۰/۲۵ \text{)}$	۱/۵
۱۶	مستطیل را به ۱۲ خانه مربع شکل 1×1 تقسیم می کنیم (۰/۲۵). ۱۳ نقطه را تعداد کبوترها (۰/۲۵) و ۱۲ خانه را تعداد لانه ها (۰/۲۵) در نظر می گیریم. بنا به اصل لانه کبوتری (۰/۲۵) چون تعداد کبوترها از یک برابر تعداد لانه ها ۱ واحد بیشتر است، لذا خانه ای وجود دارد که شامل بیش از یک کبوتر است. در هر خانه مربع شکل حداکثر فاصله نقاط برابر قطر مربع یعنی $\sqrt{2}$ است. $AB < d = \sqrt{2}$ (۰/۵) (صفحه ۸۴)	۱/۵
	جمع	۲۰
صفحه ۴ از ۴		