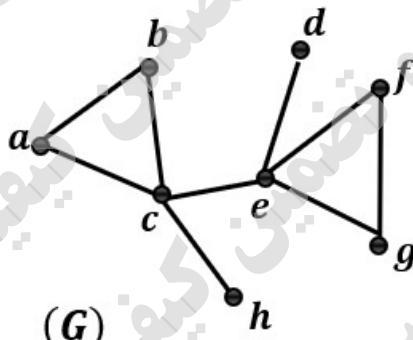
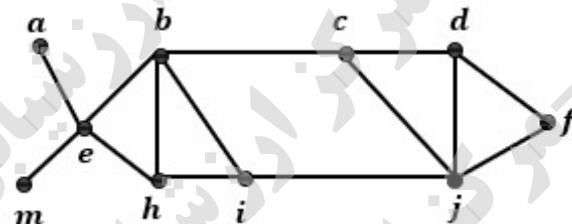
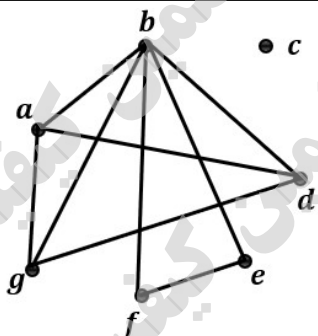


سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		تعداد صفحه: ۲	رشته:	ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۳۱	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳					
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir					
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.				
۱	جاهای خالی را با کلمات یا عبارت مناسب تکمیل کنید: (الف) اگر p عددی اول باشد و $a \in \mathbb{Z}$ و $p \nmid a$ و $(p, a) = \dots$ (ب) گراف ۳-منتظم، ۸ راسی دارای یال است. (پ) در بین ۳۹۰ دانش آموز، حداقل نفر روز تولد یکسانی دارند. (ت) تعداد توابع یک به یک مانند $f: A \rightarrow B$ اگر بدانیم $ A = 5$ ، $ B = 4$ برابر است.				
۰.۷۵	درستی و یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید: (الف) برای $n \neq 1, 2, 6$ دو مربع لاتین متعامد از مرتبه n وجود ندارد. (ب) اگر $\deg_G(v) = 5$ و $\deg_{\bar{G}}(v) = 4$ یک گراف ۱۰ راسی باشد، آنگاه $\deg_{\bar{G}}(v) = 4$. (پ) حاصل عبارت $([-12, -18], 30)$ برابر ۶- است. () نماد ب م م و [] نماد ک م م است				
۰.۲۵	گزینه صحیح را انتخاب کنید: اگر $a, b \in \mathbb{R}$ کدامیک از ترکیب های دو شرطی زیر درست است؟ (۱) $a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$ (۲) $a < b \Leftrightarrow a^3 < b^3$ (۳) $a < b \Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0$ (۴) $a < b \Leftrightarrow a^2 < b^3$				
۱.۲۵	ثابت کنید میانگین حسابی دو عدد نامنفی از میانگین هندسی آنها کمتر نیست.				
۱.۲۵	هرگاه a, b, c سه عدد صحیح و $a \neq 0$ و $a b$ و $a c$ ثابت کنید: $a b \pm c$				
۱.۵	اگر a, b دو عدد صحیح و ab فرد باشد، باقی مانده $a^2 + b^2 - 5$ بر ۸ را حساب کنید.				
۰.۷۵	ثابت کنید اگر $p \geq 3$ عددی اول باشد، آنگاه به یکی از دو صورت $p = 4k + 1$ یا $p = 4k + 3$ نوشته می شود. ($k \in \mathbb{Z}$)				
۱.۵	معادله $9x - 1 \equiv 2x + 1 \pmod{13}$ را حل کنید و تعداد جوابهای دو رقمی طبیعی آنرا به دست آورید.				
۱.۵	 گراف G رو به رو را در نظر بگیرید: (الف) مقدار $q(\bar{G})$ را به دست آورید. (ب) مجموع درجات رئوس گراف $\bar{G}$ را مشخص کنید. (پ) مجموعه $N_{\bar{G}}[e]$ را بنویسید.				
۱	در گراف کامل K_p با ۲۸ یال مقدار $2\Delta(K_p) - 3\delta(K_p) + p$ را محاسبه کنید.				

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		تعداد صفحه: ۲	رشته:	ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۳۱	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳					
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir					
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.				
نمره					
۱۱	۷ دانش آموز a, b, c, d, e, f, g از یک کلاس را در نظر بگیرید. فرض کنید دوستی بین اعضای این گروه یک رابطه دو طرفه است. یعنی هر دو نفر از آنها یا هر دو با هم دوست اند یا هیچ یک با دیگری دوست نیست. اطلاعات زیر را داریم: - شخص a با b, g, d دوست می باشد. شخص b با همه به جز c دوست می باشد. - شخص e با f دوست می باشد. شخص d با g دوست می باشد. الف) برای رابطه دوستی فوق یک گراف ترسیم کنید. ب) راس یا رئوس ایزوله این گراف را مشخص کنید و تعبیر آنرا در این رابطه دوستی بیان کنید. پ) رابطه دوستی کدام چهار نفر تشکیل یک گراف کامل را می دهد.				
۱۰.۵					
۱۲	گراف رو به رو را در نظر بگیرید : الف) آیا $\{a, h, j, f\}$ یک مجموعه احاطه گر برای این گراف می باشد ؟ چرا؟ ب) آیا مجموعه $\{a, m, i, f, d\}$ احاطه گر مینیمال است؟ چرا؟ پ) یک مجموعه احاطه گر مینیمم شامل راس e بنویسید.				
۱۰.۵					
۱۰.۵	به چند طریق می توان از بین مدادهایی با رنگهای، زرد- آبی- قرمز- سبز، ۱۱ مداد انتخاب کرد. اگر بخواهیم از مداد زرد رنگ حداقل دو تا و از مداد سبز رنگ بیش از سه تا داشته باشیم.				
۱۳					
۱۴	الف) سه مدرس C, B, A قصد دارند در یک روز در سه جلسه ۱۰-۸، ۱۲-۱۰، ۱۴-۱۲ در سه کلاس (الف) و (ب) و (ج) تدریس کنند. هر کلاس سه جلسه درسی خواهد داشت و هر مدرس در هریک از کلاسها دقیقاً یک بار باید تدریس کند. به کمک مربع لاتین چرخشی برای آنها یک برنامه ریزی انجام دهید. ب) در برنامه قبلی، مدرس A تصمیم دارد با مدرس B برنامه خود را جابجا کند. مربع لاتین جدید را تشکیل دهید و متعامد بودن این دو مربع لاتین را بررسی کنید.				
۱					
۱۵	اگر یک قفل رمز دار شامل ۴ رقم از صفر تا ۵ باشد. و بدانیم رمز بسته شده روی قفل حداقل یک رقم صفر و یک رقم ۵ را شامل می شود. چند رمز متفاوت برای این قفل می توان ساخت.				
۱۰.۵					
۱۶	ثابت کنید در بین هر سه عدد طبیعی حداقل دو عدد طبیعی وجود دارد که مجموعشان عددی زوج است.				
۱۲.۵					
۱۷	با حروف کلمه " بادبادک باز " چند کلمه ۱۰ حرفی می توان نوشت؟ موفق باشید.				
۱					

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۳۱	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳		
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) ۱ (۰/۲۵) ص ۱۴ (ب) ۱۲ (۰/۲۵) ص ۳۵ پ) ۲ (۰/۲۵) ص ۸۳ (ت) صفر (۰/۲۵) ص ۸۳	۱
۲	الف) نادرست (۰/۲۵) ص ۶۷ (ب) درست (۰/۲۵) ص ۳۷ (پ) نادرست (۰/۲۵) ص ۱۳	۰.۷۵
۳	گزینه ۲ (۰/۲۵) ص ۷	۰.۲۵
۴	راه اول: ص ۷ $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow \underbrace{a+b \geq 2\sqrt{ab}}_{(۰/۲۵)} \Leftrightarrow \underbrace{a^2 + b^2 + 2ab \geq 4ab}_{(۰/۲۵)} \Leftrightarrow \underbrace{a^2 + b^2 - 2ab \geq 0}_{(۰/۲۵)} \Leftrightarrow \underbrace{(a-b)^2 \geq 0}_{(۰/۲۵)}$ رابطه اخیر همواره برقرار است. (۰/۲۵) (در صورت نوشتن رابطه های بالا بصورت یک طرفه و ذکر برگشت پذیر بودن رابطه ها نمره کامل تعلق گیرد.) راه دوم: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow \underbrace{a+b \geq 2\sqrt{ab}}_{(۰/۲۵)} \Leftrightarrow \underbrace{a+b-2\sqrt{ab} \geq 0}_{(۰/۲۵)} \Leftrightarrow \underbrace{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0}_{(۰/۵)}$ رابطه اخیر همواره برقرار است. (۰/۲۵) (در صورت نوشتن رابطه های بالا بصورت یک طرفه و ذکر برگشت پذیر بودن رابطه ها نمره کامل تعلق گیرد.)	۱.۲۵
۵	$\begin{aligned} a b &\xrightarrow{\exists q \in \mathbb{Z}} b = aq \quad (۰/۲۵) \\ a c &\xrightarrow{\exists q' \in \mathbb{Z}} c = aq' \quad (۰/۲۵) \end{aligned} \xrightarrow{\pm} \underbrace{b \pm c = aq \pm aq' = a(q \pm q')}_{(۰/۵)} \rightarrow \underbrace{a b \pm c}_{(۰/۲۵)} \quad \text{ص ۱۱}$	۱.۲۵
۶	راه اول: ab فرد است لذا هر دو عدد a, b فرد می باشند $\begin{aligned} a &= 2k+1 \quad (۰/۲۵) \rightarrow a^2 + b^2 - 5 = \underbrace{4k^2 + 4k + 1 + 4k'^2 + 4k' + 1 - 5}_{(۰/۵)} = \underbrace{4k(k+1)}_{8q} + \underbrace{4k'(k'+1)}_{8q'} - 3 \\ b &= 2k'+1 \end{aligned}$ $= 8q'' - 3 = \underbrace{8q'' - 3 + 8 - 8}_{8(q''-1)+5} = 8t + 5 \rightarrow r = 5 \quad (۰/۲۵) \quad \text{ص ۱۶}$ راه دوم: ab فرد است لذا هر دو عدد a, b فرد می باشند. $\begin{aligned} a &= 2k+1 \quad (۰/۲۵) \rightarrow a^2 \equiv 1 \quad (۰/۲۵) \\ b &= 2k'+1 \quad (۰/۲۵) \rightarrow b^2 \equiv 1 \quad (۰/۲۵) \end{aligned} \rightarrow \underbrace{a^2 + b^2}_{(۰/۲۵)} \equiv 2 \rightarrow \underbrace{a^2 + b^2 - 5}_{(۰/۲۵)} \equiv -3 \equiv 5 \rightarrow r = 5 \quad (۰/۲۵)$	۱.۵

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۳۱	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳		
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	کافی است p را بر عدد ۴ تقسیم کنیم. در این صورت طبق قضیه تقسیم خواهیم داشت: (۰/۲۵) $p = 4k + 1$ و $p = 4k + 2$ و $p = 4k + 3$ و $p = 4k$ در حالت های $p = 4k + 2$، $p = 4k$، عددی زوج است. (۰/۲۵) لذا با اول بودن آن تناقض دارد. فقط حالت های $p = 4k + 1$ و $p = 4k + 3$ باقی می ماند و حکم اثبات می شود. (۰/۲۵) ص ۱۵	۰.۷۵
۸	(۰/۵) $9x - 1 \equiv 2x + 1 \rightarrow 7x \equiv 2 \rightarrow 7x \equiv 2 + 2 \times 13 = 28 \xrightarrow{\div 7} x \equiv 4 \pmod{5}$ (۰/۲۵) $\rightarrow x = 13k + 4 \rightarrow 1 \leq 13k + 4 \leq 99 \xrightarrow{(۰/۲۵)} \frac{6}{13} \leq k \leq \frac{95}{13}$ $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ لذا معادله ۷ جواب دو رقمی دارد. (۰/۲۵) ص ۲۵	۱.۵
۹	(۰/۲۵) $q(G) = 9 \rightarrow q(G) + q(\overline{G}) = \frac{n(n-1)}{2} \rightarrow q(\overline{G}) = 28 - 9 = 19$ (الف) (۰/۲۵) ب) $\sum_{i=1}^n \deg_{\overline{G}}(v) = 2q(\overline{G}) = 2 \times 19 = 38$ (۰/۵) پ) $N_{\overline{G}}[e] = \{e, a, b, h\}$ چنانچه دانش آموز از طریق رسم نمودار گراف مکمل، پاسخ درست قسمتهای مختلف سوال را بدهد نمره کامل تعلق گیرد. ص ۳۶	۱.۵
۱۰	(۰/۲۵) $q(K_p) = 28 = \frac{p(p-1)}{2} \rightarrow p = 8$ (۰/۲۵) $\Delta(K_p) = \delta(K_p) = 7 \rightarrow 2\Delta(K_p) - 3\delta(K_p) + p = 2 \times 7 - 3 \times 7 + 8 = 1$ ص ۳۸	۱
۱۱	الف) رسم گراف (۰/۵) ب) C (۰/۲۵)، دانش آموز C در این رابطه با هیچکس دوست نیست. (۰/۲۵) پ) $\{a, b, d, g\}$ (۰/۵) ص ۴۰	۱.۵



راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک															
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۳۱	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح														
		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir														
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳		راهنمای تصحیح															
ردیف	نمره	راهنامه تصحیح															
۱۲	۱.۵	الف) خیر (۰/۲۵) - زیرا راس m توسط هیچکدام از اعضا این مجموعه احاطه نمی شود. (۰/۲۵)															
		ب) خیر (۰/۲۵) - زیرا با حذف راس f مجموعه باقی مانده هنوز یک مجموعه احاطه گر می باشد. (۰/۲۵)															
		پ) $\{e, j\}$ (۰/۵) ص ۴۹															
۱۳	۱.۵	راه اول: ص ۶۱															
		$x_1 = \text{تعداد مداد زرد}$ و $x_2 = \text{تعداد مداد آبی}$ و $x_3 = \text{تعداد مداد قرمز}$ و $x_4 = \text{تعداد مداد سبز}$ $x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$ و $x_1 \geq 2$ و $x_3 \geq 3 \rightarrow x_3 \geq 4$ (۰/۲۵) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 11 \rightarrow x_1 - 2 + x_2 + x_3 - 4 + x_4 = 11 - 2 - 4 \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5, x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$ $(\underbrace{\hspace{10em}}_{(0/25)})$ $\begin{pmatrix} 5+4-1 \\ 4-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix} = 56$ (۰/۲۵)															
۱۴	۱	راه دوم:															
		$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 11$ (۰/۲۵) $x_1 \geq 2, x_2, x_3 \geq 0, x_4 \geq 4 \rightarrow \begin{pmatrix} 11-2-4+4-1 \\ 4-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix} = 56$ (۰/۲۵)															
۱۴	۱	الف) $A=1, B=2, C=3$ (۰/۲۵) ص ۶۳															
		ب) $1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 1, 3 \rightarrow 3$ ص ۶۵															
۱۴	۱	ماتریس $M =$															
		<table><tr><td></td><td>۸-۱۰</td><td>۱۰-۱۲</td><td>۱۲-۱۴</td></tr><tr><td>الف</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>ب</td><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>پ</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr></table>			۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴	الف	۱	۲	۳	ب	۳	۱	۲	پ	۲
	۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴														
الف	۱	۲	۳														
ب	۳	۱	۲														
پ	۲	۳	۱														
۱۴	۱	ماتریس $MN =$															
		<table><tr><td></td><td>۸-۱۰</td><td>۱۰-۱۲</td><td>۱۲-۱۴</td></tr><tr><td>الف</td><td>۱۲</td><td>۲۱</td><td>۳۳</td></tr><tr><td>ب</td><td>۳۳</td><td>۱۲</td><td>۲۱</td></tr><tr><td>ج</td><td>۲۱</td><td>۳۳</td><td>۱۲</td></tr></table> (۰/۲۵)			۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴	الف	۱۲	۲۱	۳۳	ب	۳۳	۱۲	۲۱	ج	۲۱
	۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴														
الف	۱۲	۲۱	۳۳														
ب	۳۳	۱۲	۲۱														
ج	۲۱	۳۳	۱۲														
۱۴	۱	ماتریس $N =$															
		<table><tr><td></td><td>۸-۱۰</td><td>۱۰-۱۲</td><td>۱۲-۱۴</td></tr><tr><td>الف</td><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr><tr><td>ب</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr><tr><td>ج</td><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr></table> (۰/۲۵)			۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴	الف	۲	۱	۳	ب	۳	۲	۱	ج	۱
	۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴														
الف	۲	۱	۳														
ب	۳	۲	۱														
ج	۱	۳	۲														
دو مربع لاتین متعامد نیستند زیرا در ماتریس ادغام شده درایه تکراری وجود دارد. (۰/۲۵)																	

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۳۱	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۵	ص ۷۵ $S = 6^4 \quad (0/25)$ $A = \{abcd a, b, c, d \neq 0\} \rightarrow A = 5^4 \quad (0/25)$, $B = \{abcd a, b, c, d \neq 5\} \rightarrow B = 5^4 \quad (0/25)$ $A \cap B = \{abcd a, b, c, d \neq 0, 5\} \rightarrow A \cap B = 4^4 \quad (0/25)$ $A \cup B = \overline{A \cap B} = S - (A + B - A \cap B) = 6^4 - (5^4 + 5^4 - 4^4) = 302$ (0/25) (0/25)	۱۵
۱۶	اعداد طبیعی را به دو گروه زوج و فرد افراز می کنیم. $(0/25)$ این دو مجموعه را لانه ها $(0/25)$ و سه عدد طبیعی را کبوترها $(0/25)$ در نظر می گیریم، بنا به اصل لانه کبوتری $(0/25)$ یک لانه وجود دارد که حداقل شامل دو کبوتر باشد $(0/25)$ یعنی دو عدد طبیعی وجود دارد که هر دو زوج یا هر دو فرد هستند. لذا مجموع آنها در هر دو حالت زوج است. ص ۸۳	۱۶
۱۷	ص ۵۸ $\frac{10!(0/25)}{\frac{3!}{(0/25)} \times \frac{3!}{(0/25)} \times \frac{2!}{(0/25)}}$	۱۷