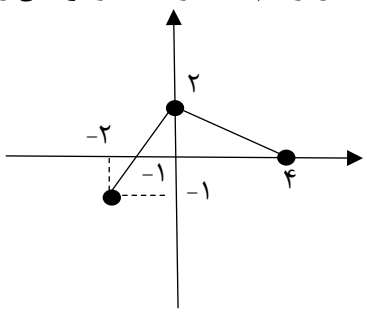


باسمه تعالی			
جشنواره طراحی سوال شبه نهایی - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲			
سوالات آزمون درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	پایه: دوازدهم	تاریخ آزمون:	تعداد صفحات: ۳
نام و نام خانوادگی طراح: اعظم بقایی	شماره پرسنلی: ۳۳۷۴۰۵۸۷	اداره آموزش متوسطه اول و دوم نشری خراسان رضوی	

ردیف	سوالات	نمره
------	--------	------

۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) تابع $y = f(x)$ را با دامنه $[-3, 1]$ در نظر بگیرید. دامنه تابع $g(x) = -2f(3x) + 1$ بازه است. ب) در رسم نمودار $y = af(x)$ از روی نمودار $y = f(x)$، اگر $0 < a < 1$ باشد نمودار f در امتداد محور می گردد. ج) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ یعنی اینکه می توانیم $f(x)$ را از هر عدد مثبت بزرگ تر کنیم به شرطی که x را به a نزدیک کنیم. د) اگر f صعودی و g نزولی باشد تابع $f \circ g$ است.	۱/۵
۲	درستی یا نادرستی موارد زیر را تعیین کنید. الف) تابع تانژانت در هر بازه اکیدا صعودی است. ☐ ب) دامنه تابع $y = 2 \tan(2x - \frac{\pi}{6})$ به صورت $\mathbb{R} - \{\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\}$ است. ☐ پ) تابع $f(x) = x^2 - 1$ در $x = 1$ مماس قائم دارد. ☐ ت) اگر f در $x = a$ مشتق پذیر باشد آنگاه در این نقطه پیوسته نیست. ☐	۱
۳	نشان دهید $x - 2$ عاملی برای $p(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ است و سپس $p(x)$ را تجزیه کنید.	۱
۴	نمودار تابع f به صورت مقابل است. نمودار تابع $g(x) = -3f(2x - 1) + 1$ را رسم کنید و دامنه و برد آن را بیابید. 	۱
۵	ضابطه تابعی مثلثاتی به صورت $y = a \sin bx + c$ با دوره تناوب $T = 4\pi$ بیشترین مقدار ۷ و کمترین مقدار ۱ بنویسید.	۱

ادامه سوالات در صفحه بعد ←

باسمه تعالی			
جشنواره طراحی سوال شبیه نهایی - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲			
سوالات آزمون درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	پایه: دوازدهم	تاریخ آزمون:	تعداد صفحات: ۳
نام و نام خانوادگی طراح: اعظم بقایی	شماره پرسنلی: ۳۳۷۴۰۵۸۷	اداره آموزش متوسطه اول و دوم نشری خراسان رضوی	

ردیف	سوالات	نمره
------	--------	------

۶	معادله زیر را حل کنید و سپس جواب را در بازه داده شده بیابید. $\cos 2x - \sin x = 0 \quad [-\pi, \pi]$	۱
۷	به ازای چند مقدار a تابع $y = \frac{x^2-1}{x^2+ax+4}$ فقط دارای ۲ مجانب است؟	۱
۸	حاصل حد زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2+2x+1}{x x -2x-1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2+2x-1}{x^2+x-12}$	۱
۹	نمودار تابع $f(x) = \frac{[\sin x]}{x-\pi}$ را اطراف مجانب قائم رسم کنید.	۱
۱۰	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^2 + 3$ را در نقطه ای به طول ۲- بنویسید و سپس معادله خط مماس را در این نقطه بنویسید.	۱
۱۱	مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق لازم نیست) الف) $f(x) = \left(\frac{x^2-1}{x}\right)^2 \sqrt{x^2-x}$ ب) $h(x) = \sqrt[3]{\frac{\cos x}{2x-1}}$	۱
۱۲	a و b را طوری بیابید که تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 4 & x \leq 0 \\ ax + a + b & x > 0 \end{cases}$ در $x = 0$ مشتق پذیر باشد.	۱
۱۳	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را با دلیل بیان کنید. الف) آهنگ تغییر متوسط تابعی مانند f در بازه $[0, 1]$ همیشه کمتر از شیب آن منحنی در $x = 0$ است. ب) تابعی وجود ندارد که برای آن هم $f'(a) = 0$ و هم $f(a) = 0$	۱
۱۴	یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = 2\sqrt{t} + 3t^2 - 1$ گرم است. الف) جرم این توده باکتری در بازه زمانی $3 \leq t \leq 4$ چند گرم افزایش می یابد؟ ب) آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه $t = 3$ چقدر است؟	۱/۵

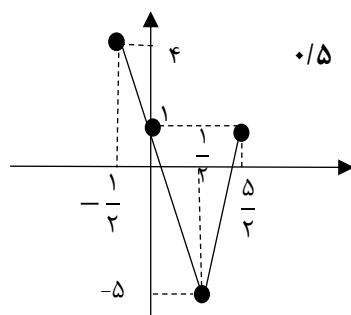
ادامه سوالات در صفحه بعد

باسمه تعالی			
جشنواره طراحی سوال شبه نهایی - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲			
سوالات آزمون درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	پایه: دوازدهم	تاریخ آزمون:	تعداد صفحات: ۳
نام و نام خانوادگی طراح: اعظم بقایی	شماره پرسنلی: ۳۳۷۴۰۵۸۷	اداره آموزش متوسطه اول و دوم نشری خراسان رضوی	

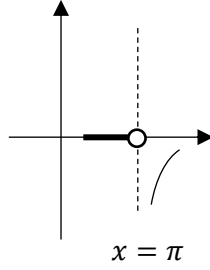
ردیف	سوالات	نمره
------	--------	------

۱۵	در شکل زیر نقاط اکسترمم نسبی و مطلق را مشخص کنید.	۱/۵
۱۶	نقاط بحرانی تابع f با ضابطه $f(x) = x^2 - 4 $ را روی بازه $[-3, 3]$ بیابید.	۱/۵
۱۷	اگر $(0, 0)$ نقطه عطف تابع $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ باشد، که نمودار آن شکل زیر ترسیم شده است. مقادیر a و b و c را پیدا کنید.	۱/۵
۱۸	اگر نمودار f'' به صورت مقابل باشد، نموداری برای چند جمله‌ای $f(x)$ رسم کنید.	۰/۵
	«موفق و سربلند باشید»	جمع نمره
	۲۰	

باسمه تعالی			
جشنواره طراحی سوال شبه نهایی - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲			
سوالات آزمون درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	پایه: دوازدهم	تاریخ آزمون:	تعداد صفحات: ۴
نام و نام خانوادگی طراح: اعظم بقایی	شماره پرسنلی: ۳۳۷۴۰۵۸۷	اداره آموزش متوسطه اول و دوم نشری خراسان رضوی	
ردیف	راهنمای تصحیح		
	نمره		

۱	الف) $\left[-۱, \frac{۱}{۳}\right]$ (۰/۲۵) ب) y ها (۰/۲۵)، منقبض (۰/۲۵) ج) به میزان دلخواه ، به اندازه کافی (۰/۵) د) نزولی (۰/۲۵)	۱/۵	
۲	الف) نادرست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵) ت) نادرست (۰/۲۵)	۱	
۳	اگر باقیمانده تقسیم $p(x)$ بر $x - ۲$ صفر باشد $x - ۲$ عامل $p(x)$ است. (۰/۲۵) $x - ۲ = ۰ \Rightarrow x = ۲ \rightarrow p(۲) = ۲^۳ + ۲ \times ۲^۲ - ۵ \times ۲ - ۶ = ۰. \quad (۰/۲۵)$ $p(x) = (x - ۲)(x^۲ + ۴x + ۳) = (x - ۲)(x + ۱)(x + ۳) \quad (۰/۵)$ راه حل دوم: $x^۳ + ۲x^۲ - ۵x - ۶ = x^۳ - ۸ + ۲x^۲ - ۵x + ۲ \quad (۰/۲۵)$ $= (x - ۲)(x^۲ + ۲x + ۴) + (x - ۲)(۲x - ۱) \quad (۰/۲۵)$ $= (x - ۲)(x^۲ + ۲x + ۴ + ۲x - ۱) = (x - ۲)(x^۲ + ۴x + ۳) \quad (۰/۲۵)$ $= (x - ۲)(x + ۱)(x + ۳) \quad (۰/۲۵)$	۱	
۴	(۰/۲۵) دامنه: $\left[-\frac{۱}{۳} و \frac{۵}{۳}\right]$ (۰/۲۵) برد: $[-۵ و ۴]$	 ۰/۵	۱
۵	$y = a \sin bx + c$ $\begin{cases} a + c = ۷ \\ - a + c = ۱ \end{cases} \quad (۰/۲۵) \quad ۲c = ۸ \rightarrow c = ۴ \quad (۰/۲۵) \quad , a = ۳ \Rightarrow a = \pm ۳ \quad (۰/۲۵)$ $T = ۴\pi \Rightarrow \frac{۲\pi}{ b } = ۴\pi \Rightarrow b = \frac{۱}{۴} \Rightarrow b = \pm \frac{۱}{۴} \quad (۰/۲۵)$ $y = ۳\sin \frac{۱}{۴} x + ۴$ $y = -۳\sin \frac{۱}{۴} x + ۴$	۱	

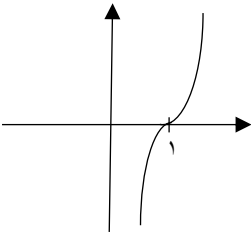
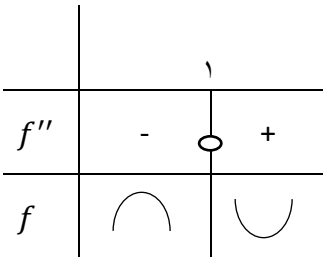
باسمه تعالی			
جشنواره طراحی سوال شبه نهایی - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲			
سوالات آزمون درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی	ساعت شروع: ۸: صبح	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	پایه: دوازدهم	تاریخ آزمون:	تعداد صفحات: ۴
نام و نام خانوادگی طراح: اعظم بقایی	شماره پرسنلی: ۳۳۷۴۰۵۸۷	اداره آموزش متوسطه اول و دوم نشری خراسان رضوی	
ردیف	راهنمای تصحیح		
	نمره		

۶	$\cos 2x = \sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \quad (۰/۲۵)$ $2x = 2k\pi \pm \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \quad (۰/۲۵) \left\{ \begin{array}{l} 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \quad (۰/۲۵) \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{array} \right.$ $x = \frac{\pi}{6}, \frac{-\pi}{2}, \frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}, \frac{-\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{-\pi}{3} \quad (۰/۲۵)$	۱
۷	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2-1}{x^2+9x+4} = 1$ $y = 1$ مجانب افقی است پس تابع یک مجانب قائم دارد. (۰/۲۵) حالات ممکن به صورت زیر است: ۱) $\Delta = 0 \rightarrow a^2 - 16 = 0 \rightarrow a^2 = 16 \rightarrow a = \pm 4 \quad (۰/۲۵)$ ۲) $\Delta > 0$ و معادله دارای یک ریشه +۱ یا -۱ باشد. $x^2 + ax + 4 = (x-1)(x-4) = x^2 - 5x + 4 \rightarrow a = -5 \quad (۰/۲۵)$ $x^2 + ax + 4 = (x+1)(x+4) = x^2 + 5x + 4 \rightarrow a = 5 \quad (۰/۲۵)$ ۴ مقدار برای a قابل قبول است.	۱
۸	الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2}{x x } = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2}{-x^2} \quad (۰/۲۵) = -3 \quad (۰/۲۵)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2+2x-1}{(x+4)(x-3)} \quad (۰/۲۵) = \frac{14}{7 \times 0^-} = -\infty \quad (۰/۲۵)$	۱
۹	$(۰/۲۵) \quad x - \pi = 0 \rightarrow x = \pi$ $(۰/۲۵) \quad \lim_{x \rightarrow \pi^+} f(x) = \frac{[\sin \pi^+]}{\pi^+ - \pi} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$ $(۰/۲۵) \quad \lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x) = \frac{[\sin \pi^-]}{\pi^- - \pi} = \frac{0^+}{0^-} = 0$  (۰/۲۵)	۱
۱۰	$f'(-2) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) - f(-2)}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3 - 7}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2} \quad (۰/۲۵)$ $= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x-2)}{x+2} = -4 \quad (۰/۲۵)$ شیب خط مماس $f(2) = 7 \quad (۰/۲۵)$ $y - 7 = -4(x - 2) \rightarrow y = -4x + 15 \quad (۰/۲۵)$	۱

باسمه تعالی			
جشنواره طراحی سوال شبه نهایی - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲			
سؤالات آزمون درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی	ساعت شروع: ۸: صبح	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	پایه: دوازدهم	تاریخ آزمون:	تعداد صفحات: ۴
نام و نام خانوادگی طراح: اعظم بقایی	شماره پرسنلی: ۳۳۷۴۰۵۸۷	اداره آموزش متوسطه اول و دوم نشری خراسان رضوی	
ردیف	راهنمای تصحیح		
	نمره		

۱۱	الف) $f'(x) = \frac{2x-1 \times (2x-1)}{x^2} \times \sqrt[3]{x^2-x} (0/25) + \frac{2x-1}{\sqrt[3]{(x^2-x)^2}} \times (\frac{2x-1}{x}) (0/25)$ ب) $h'(x) = \frac{-\sin x(2x-1) - 2 \cos x}{(2x-1)^2} (0/25) \times \frac{1}{\sqrt[3]{(\frac{\cos x}{2x-1})^2}} (0/25)$	۱
۱۲	اگر f در $x = 0$ مشتق پذیر باشد آن گاه f در $x = 0$ پیوسته است. شرط پیوستگی: $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 4 \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = a + b \rightarrow a + b = 4 \quad (0/25)$ شرط مشتق: $f'(x) = \begin{cases} 2x + 4 & x \leq 0 \\ a & x > 0 \end{cases}$ $f'(0^-) = f'(0^+) \quad (0/25) \quad a = 4 \rightarrow b = 0 \quad (0/25)$	۱
۱۳	الف) نادرست (۰/۲۵) زیرا در تابع $y = x^2$ شیب منحنی در صفر، صفر است. ولی آهنگ تغییرات متوسط در $[0, 1]$ مساوی یک است. (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) در تابع $f(x) = x^2$، $f(0) = 0$ و $f'(0) = 0$. (۰/۲۵)	۱
۱۴	الف) (۰/۵) $\frac{m(4) - m(3)}{4 - 3} (0/25) = \frac{51 - (26 + 2\sqrt{3})}{1} (0/25) = 25 - 2\sqrt{3} (0/25)$ ب) آهنگ رشد در $t = 3$ مساوی $m'(3)$ است. (۰/۲۵) $m'(t) = \frac{2}{\sqrt{t}} + 6t \quad (0/25)$ $m'(3) = \frac{2}{\sqrt{3}} + 18 \quad (0/25)$	۱/۵
۱۵	Min مطلق: A و i (۰/۵) Max مطلق: F (۰/۲۵) Min نسبی: C (۰/۲۵) Max نسبی: B و D (۰/۵)	۱/۵

باسمه تعالی			
جشنواره طراحی سوال شبه نهایی - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲			
سوالات آزمون درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی	ساعت شروع: ۸: صبح	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	پایه: دوازدهم	تاریخ آزمون:	تعداد صفحات: ۴
نام و نام خانوادگی طراح: اعظم بقایی	شماره پرسنلی: ۳۳۷۴۰۵۸۷	اداره آموزش متوسطه اول و دوم نشری خراسان رضوی	
ردیف	راهنمای تصحیح		
	نمره		

۱۶	$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & x \geq 2 \text{ یا } x \leq -2 \\ 4 - x^2 & -2 < x < 2 \end{cases} \quad (۰/۲۵)$ $f'(x) = \begin{cases} 2x & x > 2 \text{ یا } x < -2 \\ -2x & -2 < x < 2 \end{cases} \quad (۰/۲۵)$ $f'_+(2) = 4 \quad f'_-(2) = -4 \quad (۰/۲۵)$ $f'_-(-2) = -4 \quad f'_+(-2) = 4$ پس f' در $x = 2$ و $x = -2$ موجود نیست. (۰/۲۵) $\dot{f}(x) = \begin{cases} 2x = 0 & x = 0 \\ -2x = 0 & x = 0 \end{cases} \quad (۰/۲۵)$ $x = 0, 2, -2, 3, -3$ نقاط بحرانی هستند. (۰/۲۵)	۱/۵
۱۷	$\begin{cases} y(0) = 0 \rightarrow c = 0 \quad (۰/۲۵) \\ y''(0) = 0 \rightarrow y' = 3x^2 + 2ax + b \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ $y'' = 6x + 2a \quad (۰/۲۵) \rightarrow y''(0) = 0 \quad (۰/۲۵) \rightarrow a = 0 \rightarrow y = x^3 + bx$ $x = 2$ و $x = -2$ طول نقطه اکسترمم نسبی تابع هستند پس $\dot{y}(2) = 0$ و $\dot{y}(-2) = 0$ (۰/۲۵) $12 + b = 0$ در نتیجه $b = -2$ (۰/۲۵)	۱/۵
۱۸	(۰/۲۵) (۰/۲۵) $y = f(x)$   نمودار منحصر به فرد نیست و به هر نمودار درست نمره تعلق میگیرد.	۰/۵