

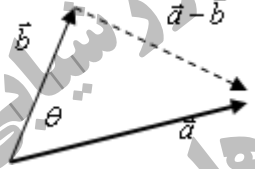
ساعات شروع: ۷:۳۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۳	سوالات آزمون شبه نهایی درس هندسه ۳
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی:	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۲/۱۴	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	سوالات آزمون شبه نهایی (آمادگی برای آزمون های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴		
ردیف	سوالات (پاسخ برگ دارد).		
نمره			

۱/۵	۱	درستی یا نادرستی گزاره زیر را مشخص کنید. الف) برای دو ماتریس A و B رابطه $ AB = BA $ همواره برقرار است. ب) به ازای $m = 2$ دستگاه معادلات خطی $\begin{cases} (m+1)x + 3y = m \\ x + (m-1)y = 2 \end{cases}$ فاقد جواب است. جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. پ) اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ ، آنگاه حاصل A^{1404} برابر با ماتریس است. ت) اگر $A = \begin{bmatrix} \cos 15^\circ & \sin 15^\circ \\ \sin 15^\circ & 2 \cos 15^\circ \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه حاصل $\sqrt{3} A^{-1} = \dots$ است.
۱/۵	۲	ماتریس $A = \begin{bmatrix} A & -1 \\ 3 & A \end{bmatrix}$ وارون پذیر و $ A > 1$ است. حاصل $3A^{-1}$ را به دست آورید.
۲	۳	الف) ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ به صورت $a_{ij} = \begin{cases} 2 & ; \left[\frac{i+j}{2}\right] \leq 1 \\ j-2 & ; \left[\frac{i+j}{2}\right] > 1 \end{cases}$ تعریف شده است. درایه های روی قطر اصلی ماتریس A را محاسبه کنید. ($[]$ در ضابطه تابع نماد جزء صحیح است). ب) ماتریس $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ دترمینان ماتریس $(I - B)$ را بر حسب ستون سوم محاسبه کنید.
۱	۴	جواب های معادله $17 \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ را به دست آورید.
۱/۵	۵	دایره به معادله $x^2 + y^2 = 4$ و خط $C: x + y = 7$ و $d: x + y = 7$ مفروض اند. مکان هندسی مرکز دایره های به شعاع واحد را بیابید که هم بردایره C و هم بر خط d مماس باشد. مساله چند جواب دارد؟
۲	۶	الف) دایره ای بر هر دو محور مختصات مماس است و مرکز آن روی خط $x + y = 6$ قرار دارد، معادله دایره را بنویسید. ب) اندازه وترى که دایره $C: x^2 + y^2 - 8x = 34$ روی خط $3x - 4y + 13 = 0$ جدا می کند را به دست آورید.
۱/۵	۷	یک بیضی با قطر بزرگ و کوچک $2a$ و $2b$ مفروض است. دایره ای هم مرکز با بیضی از کانون های بیضی عبور می کند و بیضی را در ۴ نقطه قطع می کند، یکی از نقاط برخورد را M می نامیم. ثابت کنید: الف) مثلث MFF' قائم الزویه است. ب) مساحت مثلث MFF' برابر با b^2 است.
صفحه ۱ از ۳		

ساعات شروع: ۷:۳۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۳	سوالات آزمون شبه نهایی درس هندسه ۳
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی:	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۲/۱۴	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	سوالات آزمون شبه نهایی (آمادگی برای آزمون های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴		
ردیف	سوالات (پاسخ برگ دارد).		
نمره			

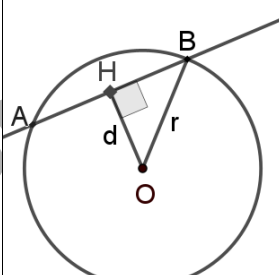
۲	۸	یک آینه مقعر سهمی شکل داریم، (بیرون سهمی جیوه و داخل سهمی آینه است). که مختصات کانون نقطه $(-3, 2)$ و معادله خط هادی آن $x = 1$ است. الف) معادله سهمی را بنویسید. ب) اگر پرتو نوری در داخل سهمی از کانون عبور کند و در نقطه به طول -3 با سهمی برخورد کند، معادله پرتوی بازتابش را بنویسید.
۱	۹	خروج از مرکز بیضی روبرو برابر $\frac{\sqrt{2}}{2}$ و قطر کوچک آن ۲ است، خط d از نقطه B موازی قطر بزرگ بیضی رسم شده است و پاره خطهای $F'C$ و BF' بر هم عمود هستند. پاره خط CD موازی قطر کوچک بیضی رسم شده است. الف) زاویه $\widehat{BF'O}$ چند درجه است؟ ب) مساحت مثلث $F'CD$ را به دست آورید.
۰/۵	۱۰	درستی یا نادرستی گزاره زیر را مشخص کنید. الف) برای سه بردار مخالف صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$، اگر $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$ باشد، آنگاه $\vec{b} = \vec{c}$. جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. ب) برای بردارهای واحد محورهای مختصات، حاصل $\vec{i} \times (\vec{i} \times \vec{k})$ برابر با بردار است.
۱	۱۱	نمودار مربوط به روابط $x^2 + y > 2$ و $-1 < y < 1$ را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.
۱/۵	۱۲	اگر $D = (0, 0, 3)$ باشد، با توجه به شکل روبرو پاسخ دهید: الف) معادله پاره خط BC را بنویسید. ب) معادله صفحه شامل نقاط A، B و C را بنویسید. پ) مختصات یک نقطه دلخواه (به جز D و C) از پاره خط DC را بنویسید.
۲	۱۳	سه بردار $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{b} = \vec{i} - \vec{k}$ و $\vec{c} = (0, 2, 1)$ در نظر بگیرید. الف) زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را بیابید. ب) نشان دهید سه بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{b} - \vec{c}$ در یک صفحه قرار دارند.
صفحه ۲ از ۳		

ساعات شروع: ۷:۳۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۳	سوالات آزمون شبه نهایی درس هندسه ۳
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی:	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۲/۱۴	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	سوالات آزمون شبه نهایی (آمادگی برای آزمون های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴		
ردیف	سوالات (پاسخ برگ دارد).		
نمره			

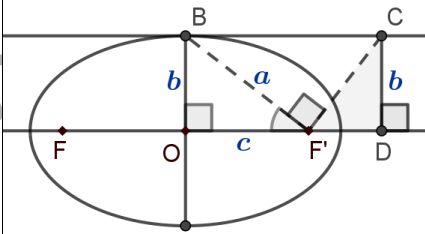
۱۴	دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ دارای طول های مساوی و زاویه بین این دو بردار θ است. با توجه به شکل، ثابت کنید: $ \vec{a} - \vec{b} = 2 \vec{a} \sin \frac{\theta}{2}$ 	
۲۰	جمع نمره	موفق و سربلند باشید.
		صفحه ۳ از ۳

الف) نادرست (۰/۲۵) تمرین ۱ ص ۳۰	ب) درست (۰/۲۵) ص ۲۶	۱/۵
پ) $A^T = -I - A^{1404} = (A^T)^{702} = I$ (۰/۵) تمرین ۵ ص ۲۰	ت) $ A = 2 \cos 30^\circ = \sqrt{3}$ (۰/۵) فصل اول	۱/۵
۲	۳	۱/۵
الف) $A = \begin{bmatrix} 2 & \dots & \dots \\ \dots & 0 & \dots \\ \dots & \dots & 1 \end{bmatrix}$ (۰/۵)	ب) $I - B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -3 & -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ (۰/۵)	۲۷ ص
$ I - B = (-1)^{1+3}(1) \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^{2+3}(-1) \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^{3+3}(-2) \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = -14$ (۰/۲۵)		
۱	۴	۱/۵
$\begin{bmatrix} -1 & 2 & x \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 17 \rightarrow \begin{bmatrix} x+1 & 3-x & 2x+2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 17 \rightarrow -x^2 + 5x + 5 = 17$ $\rightarrow -x^2 + 5x - 12 = 0 \rightarrow x = 2, x = 6$ (۰/۵) ص ۲۰	با توجه به شرکت پذیری ضرب ماتریس‌ها به روش صحیح دیگر نیز نم‌ره تعلق می‌گیرد.	
۵		۱/۵
روش اول: مکان هندسی مرکز دایره‌هایی که بر دایره $C: x^2 + y^2 = 4$ مماس باشد دو دایره با مرکز $(0,0)$ و شعاع‌های ۱ و ۳ است. (۰/۵)		
مکان هندسی مرکز دایره‌هایی که بر خط $d: x + y = 10$ مماس باشد دو خط l و l' به موازات خط d و به فاصله یک از آن است. (۰/۵)		
دو دایره و دو خط هیچ نقطه برخوردی ندارند. بنابراین مساله فاقد جواب است. (۰/۵)		
روش دوم: رسم شکل		
رسم d و خطوط موازی (۰/۵)		
رسم C و دو دایره هم‌مرکز (۰/۵)		
دو دایره و دو خط هیچ نقطه برخوردی ندارند. بنابراین مساله فاقد جواب است. (۰/۵) تمرین ۱ ص ۳۹		

راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی درس هندسه ۳	تعداد صفحه: ۴	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۲/۱۴	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی (آمادگی برای آزمون‌های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴			
ردیف	راهنمای تصحیح		
شماره			

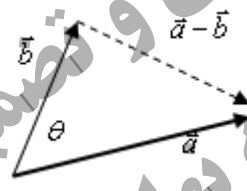
۶	الف) روش اول: مرکز دایره روی خط $x + y = 6$: $O = (\alpha, 6 - \alpha)$ $(0/25)$ فاصله مرکز از دو خط $x = 0$ و $y = 0$ یکسان و با شعاع دایره مساوی است: $\begin{cases} d = \alpha \\ d' = 6 - \alpha \end{cases} \rightarrow \alpha = 3 \rightarrow \begin{cases} O = (3, 3) \\ r = 3 \end{cases} \quad (0/5) \rightarrow C: (x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 9 \quad (0/25)$ روش دوم: مرکز دایره‌هایی که بر هر دو محور مماس هستند، روی خطوط $y = \pm x$ قرار دارد. همچنین مرکز دایره روی خط $x + y = 6$ است. بنابراین مرکز دایره روی خط $y = +x$ قرار دارد. بنابراین مرکز دایره $(3, 3)$ و شعاع ۳ است. $(0/5)$ معادله دایره برابر با $(0/25) C: (x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 9$ <u>تمرین ۱ ص ۴۶</u> (ب)  $C: (x - 4)^2 + y^2 = 50 \rightarrow O = (4, 0), r = \sqrt{50} \quad (0/25)$ فاصله مرکز دایره تا خط برابر است با: $OH = \frac{ 3(3) - 4(3) + 12 }{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{10}{5} = 2 \quad (0/25)$ قطر عمود بر وتر آن را نصف می‌کند. بنا بر رابطه فیثاغورس در مثلث داریم: <u>کار در کلاس ص ۴۳</u> $AH^2 + OH^2 = OA^2 \rightarrow AH = 5, AB = 2AH = 10 \quad (0/5)$	۲
۷	الف) زاویه FMF' زاویه محاطی روبرو به قطر دایره است. بنابراین قائمه است. پس مثلث FMF' قائم‌الزاویه است. $(0/25)$ $(0/25)$ (ب) نقطه M روی بیضی قرار دارد: $MF + MF' = 2a \quad (0/25)$ بنا به رابطه فیثاغورس در مثلث MFF' داریم: $MF^2 + MF'^2 = FF'^2 \rightarrow (MF + MF')^2 - 2MF \times MF' = 4c^2 \quad (0/5)$ $2MF \times MF' = 4(a^2 - c^2) \quad (0/25) \rightarrow S_{MFF'} = \frac{1}{2} MF \times MF' = b^2 \quad (0/25)$ <u>تمرین ۴ ص ۵۷</u>	۱/۵

راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی درس هندسه ۳	تعداد صفحه: ۴	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۲/۱۴	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی (آمادگی برای آزمون‌های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		
ردیف	راهنمای تصحیح		
	نمره		

۸	(الف) <u>مثال ص ۵۴</u> (ب) پرتویی که در داخل سهمی از کانون عبور کند، به موازات محور کانونی سهمی $y = 2$ بازتاب می‌کند. بنابراین پرتوهای بازتابش موازی این خط هستند. (۰/۲۵) <u>ص ۵۶</u> $(y-2)^2 = -8(x+1) \xrightarrow{x=-3} \begin{cases} P: (-3, 2) \\ P': (-3, 6) \end{cases} \rightarrow y = 6 \text{ و } y = -2 \text{ (۰/۲۵)}$	۲
۹	(الف)  $\Delta BOF': \cos \widehat{BFO} = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \widehat{BFO} = 45^\circ \text{ (۰/۲۵)}$ (ب) با توجه به شکل $\widehat{CF'D} = 45^\circ$ و مثلث FCD قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین است. (۰/۲۵) $\Delta DCF': CD = DF' = b = 1 \text{ (۰/۲۵)} \rightarrow S = \frac{1}{2} FD \times FC = \frac{1}{2} \text{ (۰/۲۵)}$ <u>تمرین ۵ و ۶ ص ۵۸</u>	۱
۱۰	(الف) نادرست (۰/۲۵) <u>تمرین ۶ ص ۸۴</u> (ب) $-\vec{k}$ (۰/۲۵) <u>ص ۸۲</u>	۰/۵
۱۱	رسم نمودار $x^2 + y > 2$ (۰/۲۵) رسم نمودار $-1 < y < 1$ (۰/۲۵) مشخص کردن اشتراک دو نمودار (۰/۵) <u>کار در کلاس ص ۶۳</u>	۱
۱۲	(الف) $\begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ y = 3 \\ z = 3 \end{cases} \text{ (۰/۷۵)}$ (ب) $z = 3 \text{ (۰/۲۵)}$ (پ) $(0, a, 3)$ که در آن a عددی بین ۰ تا ۳ باشد. (۰/۵) <u>کار در کلاس ص ۶۸</u>	۱/۵
صفحه ۳ از ۴		

ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۴	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی:	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۲/۱۴	راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی (آمادگی برای آزمون‌های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۳	(الف) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \cos \theta \rightarrow 3 = (\sqrt{2})(3) \cos \theta \quad (0/75) \rightarrow \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{3} \rightarrow \theta = \frac{\pi}{4} \text{ یا } \theta = 45^\circ \quad (0/25)$ مثال ص ۸۸ (ب) $\vec{b} - \vec{c} = (1, 0, -1) \quad (0/25)$ $v = \vec{a} \cdot \vec{b} \times (\vec{b} - \vec{c}) = \left \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} \right \quad (0/5) = 5 \quad (0/25)$ به روش‌های مختلف نوشتن ضرب مختلط نمره تعلق می‌گیرد. ص ۸۲	۲
۱۴	با توجه به شکل:  ص ۷۷ $ \vec{a} - \vec{b} ^2 = \vec{a} ^2 + \vec{b} ^2 - 2 \vec{a} \vec{b} \cos \theta \quad (0/25) \quad \frac{ \vec{a} = \vec{b} }{}$ $ \vec{a} - \vec{b} ^2 = 2 \vec{a} ^2 - 2 \vec{a} ^2 \cos \theta \quad (0/25) = 2 \vec{a} ^2 (1 - \cos \theta) \quad (0/25)$ $\xrightarrow{1 - \cos \theta = 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} \vec{a} - \vec{b} = 2 \vec{a} \sin \frac{\theta}{2} \quad (0/25)$	۱
۲۰	موفق و سربلند باشید.	جمع نمره
	صفحه ۴ از ۴	