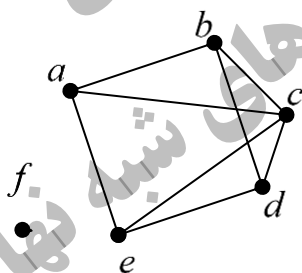


ساعات شروع: ۱۳:۳۰ عصر	رشته: ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۳	سوالات آزمون شبه نهایی درس ریاضیات گسسته
مدت آزمون: ۹۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی:	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۲/۲۰	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
سوالات آزمون شبه نهایی (آمادگی برای آزمون های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴			

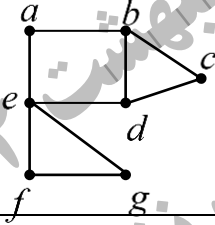
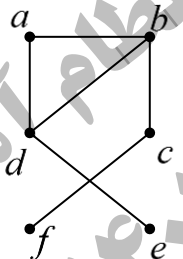
ردیف	سوالات (پاسخ برگ دارد). توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) بلامانع است.	نمره
------	---	------

۱	درستی یا نادرستی هر یک از جمله های زیر را مشخص کنید. الف) حاصل ضرب هر سه عدد طبیعی متوالی بر ۶ بخش پذیر است. ب) عدد احاطه گری گراف P_8 برابر ۲ است. پ) دو مربع لاتین از مرتبه ۲ داریم. در این صورت، این دو مربع لاتین متعامد نیستند. ت) به تعداد ۱۸ طریق می توان ۴ خودکار متفاوت را بین سه نفر توزیع کرد به شرط آنکه به هر نفر حداقل یک خودکار برسد.	۱
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) عدد m یک عدد صحیح ناصفر است. حاصل $(2m, 6m^3)$ برابر با است. ((نماد ب م م) ب) مرتبه گراف نشان دهنده تعداد گراف است. پ) برای تبدیل گراف P_4 به گراف کامل K_4 ، باید تعداد یال، به گراف P_4 اضافه کنیم. ت) بیشترین تعداد اعضای یک مجموعه احاطه گر برابر تعداد گراف است.	۱
۳	گزاره زیر را به روش بازگشتی (گزاره های هم ارز) ثابت کنید. به ازای هر دو عدد حقیقی و دلخواه x و y ، داریم: $xy \leq \frac{x^2 + y^2}{2}$	۱
۴	با استفاده از روش برهان خلف، ثابت کنید، اگر X یک عدد گنگ باشد، آن گاه $\frac{1}{X}$ نیز عددی گنگ است.	۰/۷۵
۵	اگر باقی مانده تقسیم عدد a بر ۴ برابر ۳ باشد، آن گاه باقی مانده تقسیم عدد $2a + 3$ بر ۸ را به دست آورید.	۱/۲۵
۶	با استفاده از روابط هم نهشتی، باقی مانده تقسیم 7^{30} بر ۱۵ را به دست آورید.	۱/۵
۷	جواب های عمومی معادله سیاله خطی $7x + 5y = 11$ را به دست آورید.	۱
۸	نمودار گراف G به صورت مقابل رسم است. با توجه به این نمودار، به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) $\delta(G)$ را مشخص کنید. ب) یک دور به طول ۳ بنویسید. پ) ماکزیمم درجه در مکمل گراف G چند است؟ ت) $N_G(e)$ را با اعضا بنویسید. ث) آیا گراف G همبند است؟	۱/۵



ساعات شروع: ۱۳:۳۰ عصر	رشته: ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۳	سوالات آزمون شبه نهایی درس ریاضیات گسسته
مدت آزمون: ۹۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی:	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۲/۲۰	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
سوالات آزمون شبه نهایی (آمادگی برای آزمون های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴			

ردیف	سوالات (پاسخ برگ دارد). توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) بلامانع است.	نمره
------	---	------

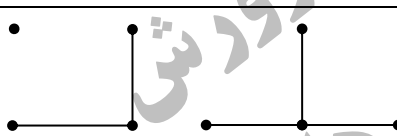
۱/۵		۹	با ارائه راه حل، عدد احاطه گری گراف مقابل را تعیین کنید.
۱/۵		۱۰	گراف روبه رو را در نظر بگیرید. (الف) یک مجموعه احاطه گر مینیمال بنویسید که مینیمم نباشد. (ب) یک مجموعه احاطه گر ۳ عضوی بنویسید که مینیمال نباشد. (پ) با اضافه کردن حداقل چند یال، عدد احاطه گری این گراف برابر یک می شود. دلیل خود را بنویسید.
۰/۷۵	یک گراف ۸ راسی (همبند یا ناهمبند) رسم کنید که یک مجموعه احاطه گر یکتا با اندازه ۳ داشته باشد.	۱۱	
۰/۷۵	گراف C_9 را رسم کنید و سپس عدد احاطه گری آن را تعیین کنید.	۱۲	
۱	کوتاه پاسخ دهید. پژمان و پیمان و ۵ نفر دیگر، به چند طریق مختلف می توانند در یک صف کنار هم (در یک ردیف) قرار بگیرند، اگر بخواهیم: (الف) پژمان و پیمان کنار هم باشند. (ب) از میان پژمان و پیمان، یکی ابتدا و دیگری انتهای صف ایستاده باشند.	۱۳	
۱	مربع لاتین A را در نظر بگیرید. سطر اول و سوم مربع A را جابه جا کنید تا مربع لاتین B حاصل شود. $A = \begin{bmatrix} ۱ & ۲ & ۳ \\ ۲ & ۳ & ۱ \\ ۳ & ۱ & ۲ \end{bmatrix}$ (الف) مربع لاتین B را بنویسید. (ب) آیا دو مربع لاتین A و B متعامدند؟ دلیل خود را بنویسید.	۱۴	
۰/۷۵	با ارقام ۹ و ۷ و ۶ و ۵ و ۳ و ۳ و ۱ و ۱ و ۱ چند عدد نه رقمی می توان نوشت؟ (راه حل خود را بنویسید).	۱۵	
۱	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4^3 = 10$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟ (راه حل خود را بنویسید).	۱۶	

ساعات شروع: ۱۳:۳۰ عصر		رشته: ریاضی فیزیک		تعداد صفحه: ۳		سوالات آزمون شبه نهایی درس ریاضیات گسسته	
مدت آزمون: ۹۰ دقیقه		نام و نام خانوادگی:		تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۲/۲۰		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		سوالات آزمون شبه نهایی (آمادگی برای آزمون های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴					
ردیف		سوالات (پاسخ برگ دارد). توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) بلامانع است.					
۱۷		در بین اعداد طبیعی ۱ تا ۲۰۰ ($1 \leq n \leq 200$) چند عدد وجود دارند که بر ۴ بخش پذیر باشند، ولی بر ۷ بخش پذیر نباشند. (راه حل خود را بنویسید).					
۱۸		ده نقطه داخل یک مربع به ضلع ۳ سانتی متر قرار دارند. ثابت کنید که دست کم دو نقطه وجود دارد که فاصله آنها کمتر از $\sqrt{2}$ سانتی متر است.					
۲۰		جمع					
صفحه ۳ از ۳							

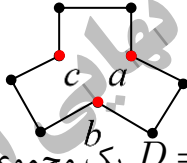
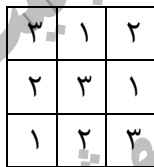
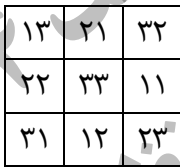
موفق و پیروز باشید

ساعت شروع: ۱۳:۳۰ عصر		رشته: ریاضی فیزیک		تعداد صفحه: ۴		راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی درس: ریاضیات گسسته	
مدت آزمون: ۹۰ دقیقه		نام و نام خانوادگی:		تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۲/۲۰		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی (آمادگی برای آزمون های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴					
ردیف	راهنمای تصحیح						نمره
۱	الف) درست (ص ۱۷) ب) نادرست (ص ۴۴) پ) درست (ص ۶۶) ت) نادرست (ص ۷۷) هر مورد ۰/۲۵ نمره						۱
۲	الف) $2 m $ (ص ۱۷) ب) رئوس (ص ۳۵) پ) ۳ (ص ۴۴) ت) رئوس (ص ۳۸) هر مورد ۰/۲۵ نمره						۱
۳	$xy \leq \frac{x^2 + y^2}{2} \rightarrow \underbrace{2xy \leq x^2 + y^2}_{(0/25)} \rightarrow \underbrace{x^2 - 2xy + y^2 \geq 0}_{(0/25)} \rightarrow \underbrace{(x - y)^2 \geq 0}_{(0/25)}$ نامساوی به دست آمده، همواره بدیهی و تمام مراحل بازگشت پذیر هستند. (۰/۲۵) پس حکم درست است. (ص ۸)						۱
۴	با توجه به آنکه x عدد گنگ است، در نتیجه $x \neq 0$. بنابراین $\frac{1}{x}$ تعریف شده و با معنی و همچنین $\frac{1}{x} \neq 0$. است. اکنون به روش برهان خلف ثابت می کنیم $\frac{1}{x}$ عددی گنگ است. فرض کنید که $\frac{1}{x}$ عدد گنگ نباشد (۰/۲۵). پس گویا است، یعنی $(\frac{1}{x} \in \mathbb{Q}, \frac{1}{x} \neq 0)$ و لذا معکوس آن یعنی x باید گویا باشد (۰/۲۵) و این مخالف فرض مساله است (۰/۲۵). لذا فرض خلف باطل و حکم ثابت است. (ص ۶)						۰/۷۵
۵	$\underbrace{a = 4q + 3}_{(0/25)} \rightarrow \underbrace{2a + 3 = 2(4q + 3) + 3 = 8q + 9}_{(0/25)} = \underbrace{8(q + 1) + 1}_{(0/25)} = \underbrace{8q' + 1}_{(0/25)} \Rightarrow r = 1 \quad (0/25)$						۱/۲۵
۶	$\underbrace{49 \equiv 4}_{(0/25)} \rightarrow \underbrace{7^2 \equiv 4}_{(0/25)} \rightarrow \underbrace{(7^2)^2 \equiv (4)^2}_{(0/25)} \rightarrow \underbrace{7^4 \equiv 16}_{(0/25)} \rightarrow \underbrace{7^4 \equiv 1}_{(0/25)} \rightarrow \underbrace{(7^4)^7 \equiv (1)^7}_{(0/25)} \rightarrow \underbrace{7^{28} \equiv 1}_{(0/25)}$ $\underbrace{7^2 \equiv 4}_{(0/25)} \rightarrow \underbrace{7^{28} \times 7^2 \equiv 1 \times 4}_{(0/25)} \rightarrow \underbrace{7^{30} \equiv 4}_{(0/25)} \quad (ص ۲۱)$						۱/۵
صفحه ۱ از ۴							

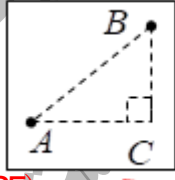
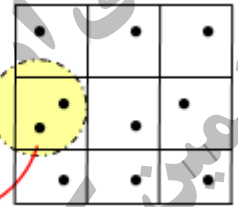
راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی درس : ریاضیات گسسته	تعداد صفحه: ۴	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۳:۳۰ عصر
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۲/۲۰	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۹۰ دقیقه
راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی (آمادگی برای آزمون های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	روش اول: $\begin{aligned} \overbrace{7x \equiv 11}^{(0/25)} &\rightarrow \overbrace{7x \equiv 11 + (2 \times 5)}^5 \rightarrow \overbrace{7x \equiv 21}^{(0/25)} \\ \xrightarrow{\div 7} x &\equiv 3 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} x = 5k + 3 \quad (0/25) \\ \xrightarrow{7x+5y=11} 7(5k+3) + 5y &= 11 \rightarrow y = -7k - 2 \quad (0/25) \quad (\text{ص } ۲۹) \end{aligned}$ روش دوم: $\begin{aligned} \overbrace{5y \equiv 11}^{(0/25)} &\rightarrow \overbrace{5y \equiv 11 + 14}^7 \rightarrow \overbrace{5y \equiv 25}^7 \rightarrow y \equiv 5 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} y = 7k + 5 \quad (0/25) \\ \xrightarrow{7x+5y=11} 7x + 5(7k+5) &= 11 \rightarrow 7x = -35k - 14 \rightarrow x = -5k - 2 \quad (0/25) \end{aligned}$	۱
۸	الف: $\delta(G) = 0$ (۰/۲۵) (ص ۳۷) ب: $caec$ یا $cabc$ یا $cbdc$ (۰/۲۵) (ص ۳۸) پ: ۵ (۰/۲۵) (ص ۳۷) ت: $N_G(e) = \{a, c, d\}$ (۰/۵) (ص ۳۶) ث: خیر (۰/۲۵)، زیرا راس تنها (f) دارد. (ص ۳۹)	۱/۵
۹	طبق قضیه داریم $\left\lfloor \frac{\gamma}{\gamma+1} \right\rfloor = 2 \leq \gamma(G)$ (۰/۵). از طرفی مجموعه $D = \{b, e\}$ یک مجموعه احاطه-گراست. بنابراین $\gamma(G) = 2$ (۰/۵) (ص ۴۹)	۱/۵
۱۰	الف) مجموعه های $\{a, f, e\}$ یا $\{a, c, e\}$ یا $\{b, c, e\}$ یا $\{f, b, e\}$. (۰/۵) ب) برای مثال $\{a, c, d\}$ (۰/۵) پ) می دانیم عدد احاطه گری یک گراف از مرتبه ۶ وقتی برابر یک است که حداقل یک رأس از درجه $p-1=5$ داشته باشد. از طرفی بیشترین درجه رئوس این گراف برابر ۳ است. پس حداقل دو یال نیاز است که به این گراف اضافه شوند. برای نمونه یال های (bf) و (be) یا (df) و (dc) اضافه شوند (هر یال ۰/۲۵) (ص ۵۱)	۱/۵
۱۱	(ص ۵۴) (۰/۷۵)  به جواب درست دیگر نمره دهید.	۰/۷۵

راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی درس : ریاضیات گسسته	تعداد صفحه: ۴	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۳:۳۰ عصر
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۲/۲۰	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۹۰ دقیقه
راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی (آمادگی برای آزمون های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	نمودار (۰/۵) است.  $\gamma(C_9) \geq \left\lceil \frac{9}{2+1} \right\rceil = 3$ و $D = \{a, b, c\}$ یک مجموعه احاطه گر است. در نتیجه $\gamma(C_9) = 3$ (ص ۴۹) (۰/۲۵)	۰/۷۵
۱۳	الف) $6! \times 2! = 1440$ ب) $2! \times 5! = 240$ هر مورد (۰/۵) نمره (ص ۵۷)	۱
۱۴	الف) جابجایی سطر اول و سوم (۰/۵)   (ب) مربع تلفیقی (۰/۵) در مربع تلفیقی، هیچ دو عدد ۲ رقمی تکراری نداریم، پس دو مربع لاتین A و B متعامدند. (۰/۵) (ص ۷۲)	۱
۱۵	$\frac{9!}{3! \times 2!} = \underbrace{9 \times 8 \times 7 \times 5 \times 4 \times 3}_{(0/25)} = 30240$ (ص ۷۱) (۰/۲۵)	۰/۷۵
۱۶	ابتدا تعداد جواب های صحیح نامنفی را در دو حالت زیر بدست می آوریم. $x_4 = 0 \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 10 \rightarrow \binom{10+3-1}{3-1} = \binom{12}{2} \quad (0/25)$ $x_4 = 1 \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 8 \rightarrow \binom{8+3-1}{3-1} = \binom{10}{2} \quad (0/25)$ لذا تعداد کل جواب های صحیح نامنفی، به صورت زیر است. $\rightarrow \binom{12}{2} + \binom{10}{2} = 66 + 45 = 111 \quad (ص ۷۱)$ (۰/۲۵)	۱

راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی درس : ریاضیات گسسته	تعداد صفحه: ۴	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۳:۳۰ عصر
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۲/۲۰	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۹۰ دقیقه
راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی (آمادگی برای آزمون های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۷	$A = \{1 \leq n \leq 200 \mid n = 4k\} \rightarrow A = \left\lfloor \frac{200}{4} \right\rfloor = 50 \quad (0/25)$ $B = \{1 \leq n \leq 200 \mid n = 7k\}$ $A \cap B = \{1 \leq n \leq 200 \mid n = 28k\} \rightarrow A \cap B = \left\lfloor \frac{200}{28} \right\rfloor = 7 \quad (0/5)$ $ A \cap B' = A - A \cap B = 50 - 7 = 43$ (0/5) (0/25) (ص ۸۳) به روش های درست دیگر، نمره تعلق گیرد.	۱/۵
۱۸	ابتدا مستطیل مورد نظر را به ۹ مربع به ضلع ۱ سانتی متر تقسیم می کنیم (0/25) و هر قسمت را یک لانه فرض می کنیم و هر نقطه را یک کبوتر در نظر می گیریم. (0/25) حال چون $10 > 9$، پس طبق اصل لانه کبوتری، دست کم یک لانه وجود دارد که شامل حداقل دو کبوتر است. (0/25) در نتیجه، با توجه قضیه فیثاغورس داریم: (ص ۸۴) $\begin{cases} AC < 1 \rightarrow AC^2 < 1 \\ BC < 1 \rightarrow BC^2 < 1 \end{cases} \xrightarrow{+} AC^2 + BC^2 < 1 + 1 \quad (0/25)$   $AB^2 = AC^2 + BC^2 \rightarrow AB^2 < 2 \rightarrow AB < \sqrt{2} \quad (0/25)$	۱/۲۵
۲۰	جمع	
صفحه ۴ از ۴		

موفق و پیروز باشید.