



آزمون شبه‌نهایی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم انسانی	درس: ریاضی و آمار ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۵/۰۲/۱۰	ساعت شروع: ۸ صبح	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه نظری

جهت دسترسی به فایل هر کیوآرکد، آن‌ها را انتخاب یا اسکن کنید.



پاسخ‌نمای تشریحی
فعال‌سازی ساعت ۲۰



پاسخبرگ آزمون
فعال

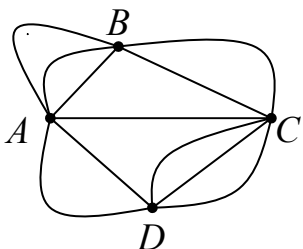
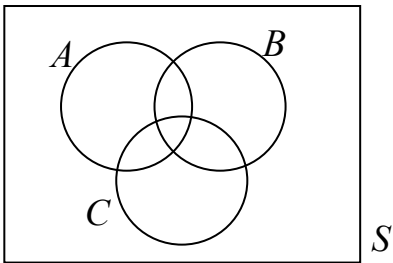
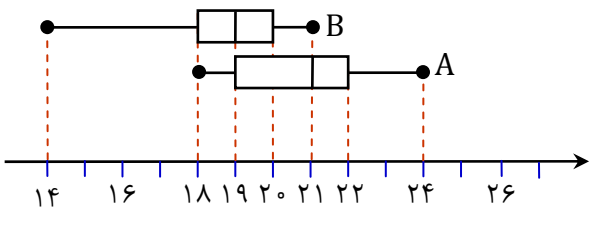


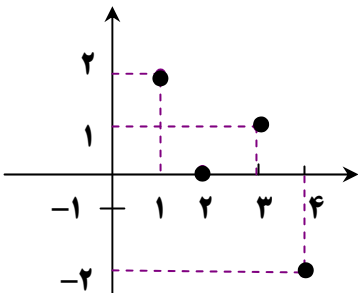
راهنمای تصحیح
جهت آشنایی دانش‌آموزان با بارم‌بندی
فعال‌سازی ساعت ۲۰

باسمه تعالی

ردیف	سؤالات	نمره
۱	درستی یا نادرستی هر یک از جمله‌های زیر را مشخص کنید. الف) روی محیط یک دایره ۸ نقطه متمایز وجود دارند. با این نقاط می‌توان $\binom{8}{3}$ وتر ساخت. ب) نتیجه یک آزمون چهارگزینه‌ای که نیمی از سوالات را شانسی پاسخ داده‌ایم، یک پدیده تصادفی است. پ) اگر در داده‌ها، داده‌ای دورافتاده داشته باشیم، برای شاخص پراکندگی بهترین معیار میانگین است. ت) در هر دنباله حسابی حاصل تقسیم دو جمله متوالی برابر اختلاف مشترک است.	۱
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) حاصل عبارت $(2!) + (3!)$ برابر با است. ب) اگر $A \cap B = \emptyset$ باشد، آن‌گاه دو پیشامد A و B را می‌گوییم. پ) پیشامد وقتی رخ می‌دهد که پیشامد A رخ ندهد. ت) برای توصیف داده‌های کیفی، گزارش درصد باید همیشه با گزارش همراه باشد.	۱
۳	گزینه صحیح را انتخاب کنید. الف) حاصل عبارت $P(5, 5)$ کدام است؟ ۱ (۱) ۵ (۲) ۵! (۳) ۴) تعریف نشده ب) در یک بررسی آماری داده‌های ۳۹ و ۱۲ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۰ و ۹ و ۱۴ به‌دست آمده‌اند. ابتدا داده دورافتاده ۳۹ را حذف و سپس دامنه تغییرات را حساب می‌کنیم. در این صورت عدد به دست می‌آید. ۵ (۱) ۳۰ (۲) ۲۹ (۳) ۴) $\frac{10+11}{2}$ پ) روش نمونه‌گیری، مربوط به کدام مرحله چرخه آمار است؟ ۱) تحلیل داده‌ها ۲) طرح و برنامه‌ریزی ۳) بحث و نتیجه‌گیری ۴) گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها ت) رابطه بازگشتی یک دنباله به صورت $\begin{cases} a_1 = a_2 = 1 \\ a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \end{cases}$ است. جمله چهارم این دنباله چند است؟ ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴)	۱

ادامه سوالات در صفحه دوم

۴	بین ۴ شهر A، B، C و D مطابق شکل راه‌هایی وجود دارد. مشخص کنید به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر C سفر کرد؟	۱
		
۵	خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است. پیشامد آنکه «فرزندان از یک جنس باشند» را بنویسید.	۰/۵
۶	فرض کنید A و B و C سه پیشامد در فضای نمونه‌ای S باشند. در این صورت روی نمودار ون پیشامد «B یا C رخ بدهد ولی پیشامد A رخ ندهد» را سایه بزنید.	۰/۵
		
۷	با حروف کلمه «مهرسان» و بدون تکرار حروف: الف) چند کلمه سه حرفی می‌توان نوشت؟ ب) چند کلمه سه حرفی می‌توان نوشت که با «م» شروع شود؟	۱/۵
۸	از جعبه‌ای شامل ۱۲ سیب سالم و ۴ سیب لکه‌دار، به طور تصادفی ۳ سیب را انتخاب می‌کنیم. الف) احتمال آنکه دو سیب سالم و یک سیب لکه‌دار باشد را به دست آورید. ب) احتمال آنکه هیچ سیبی سالم نباشد را به دست آورید.	۱/۷۵
۹	نمودار جعبه‌ای امتیازهای دو گروه A و B به صورت زیر است. الف) پراکندگی دو گروه را با استفاده از دامنه تغییرات و دامنه میان چارکی مقایسه کنید. ب) در کدام گروه گزارش میانگین و انحراف معیار می‌تواند گمراه کننده باشد؟ چرا؟	۱/۵
		
۱۰	دنباله‌های $a_n = \frac{6n+3}{n+1}$ و $b_n = n^2 - n$ را در نظر بگیرید. حاصل عبارت $a_2 + b_3$ را به دست آورید.	۰/۷۵
ادامه سوالات در صفحه سوم		

۱	۱۱	نمودار یک دنباله به صورت زیر است. چهار جمله اول این دنباله را بنویسید.
		
۱/۲۵	۱۲	دنباله ... و ۹ و ۶ و ۳ را در نظر بگیرید. الف) رابطه بازگشتی دنباله را بنویسید. ب) ضابطه تابعی دنباله را به دست آورید. (راه حل به طور کامل نوشته شود).
۱/۲۵	۱۳	مجموع ۲۰ جمله اول دنباله زیر را با استفاده از فرمول به دست آورید. ... و ۱۰ و ۷ و ۴ و ۱
۱	۱۴	در یک کارخانه سنگبری برای صیقل دادن سنگ‌ها از یک صفحه به جرم ۲۵ کیلوگرم استفاده می‌شود. با توجه به مصرف هفتگی، اگر هر هفته ۱/۵ کیلوگرم از وزن صفحه کم شود، آن‌گاه پس از شش هفته استفاده مداوم جرم صفحه چقدر می‌شود؟
۱	۱۵	در دنباله حسابی ... , y , ۳۵, x , ۱۲۵ مقادیر x , y را به دست آورید.
۱/۵	۱۶	جمله سوم یک دنباله هندسی ۸ و جمله پنجم آن ۳۲ است. جمله نهم این دنباله چند است؟ (نوشتن راه حل الزامی است).
۱	۱۷	جملات یک دنباله هندسی به صورت ... و ۳ و ۱ و $\frac{1}{3}$ است. جمله عمومی دنباله را بنویسید.
۱	۱۸	مجموع ده جمله اول دنباله هندسی با جمله اول ۵ و نسبت مشترک ۲ را به دست آورید.
۲۰		جمع

موفق و پیروز باشید.

۱. درستی یا نادرستی هر یک از جمله‌های زیر را مشخص کنید.
(۰/۲۵ نمره)

الف) روی محیط یک دایره ۸ نقطه متمایز وجود دارند. با این نقاط می‌توان $\binom{8}{3}$ وتر ساخت.

ب) نتیجه یک آزمون چهارگزینه‌ای که نیمی از سوالات را شانس پاسخ داده‌ایم، یک پدیده تصادفی است.

پ) اگر در داده‌ها، داده‌ای دورافتاده داشته باشیم، برای شاخص پراکندگی بهترین معیار میانگین است.

ت) در هر دنباله حسابی حاصل تقسیم دو جمله متوالی برابر اختلاف مشترک است.

پاسخ

هر مورد (۰/۲۵ نمره)

الف) نادرست ص ۱۱

ب) درست ص ۲۵

پ) نادرست ص ۳۴

ت) نادرست ص ۷۰

فیلم پاسخ



۲. جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. (۱ نمره)
- الف) حاصل عبارت $(2!) + (3!)$ برابر با است.
- ب) اگر $A \cap B = \emptyset$ باشد، آن گاه دو پیشامد A و B را می گوییم.
- پ) پیشامد وقتی رخ می دهد که پیشامد A رخ ندهد.
- ت) برای توصیف داده های کیفی، گزارش درصد باید همیشه با گزارش همراه باشد.

پاسخ

- هر جای خالی (۰/۲۵ نمره)
- الف) $2 + 6$ یا ۸ ص ۵
- ب) ناسازگار ص ۱۷
- پ) متمم A یا A' ص ۲۲
- ت) تعداد ص ۳۷

فیلم پاسخ



۳

گزینه صحیح را انتخاب کنید. (۱ نمره)

الف) حاصل عبارت $P(5, 5)$ کدام است؟

۱ (۱) ۵ (۲)

۳ (۳) ۵! (۴) تعریف نشده

ب) در یک بررسی آماری داده‌های ۳۹ و ۱۲ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۰ و ۹ و ۱۴ به دست آمده‌اند. ابتدا داده دورافتاده ۳۹ را حذف و سپس دامنه تغییرات را حساب می‌کنیم. در این صورت عدد به دست می‌آید.

۵ (۱) ۳۰ (۲)

۲۹ (۳) $\frac{10+11}{2}$ (۴)

پ) روش نمونه‌گیری، مربوط به کدام مرحله چرخه آمار است؟
 (۱) تحلیل داده‌ها

(۲) طرح و برنامه‌ریزی

(۳) بحث و نتیجه‌گیری

(۴) گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها

ت) رابطه بازگشتی یک دنباله به صورت $\begin{cases} a_1 = a_2 = 1 \\ a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \end{cases}$ است. جمله چهارم این دنباله چند است؟

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۵ (۴)

پاسخ

هر جای خالی (۲۵/۰ نمره)

الف) گزینه «۳» (۵!) ص ۸

ب) گزینه «۱» (۵) ص ۳۴

پ) گزینه «۲» (طرح و برنامه‌ریزی) ص ۳۰

ت) گزینه «۳» (۳) ص ۵۸

فیلم پاسخ



در صورتی که دانش‌آموز با نام بردن مسیرهای متفاوت، تعداد مسیرها را مشخص کند، نمره داده شود. ص ۴



۵ خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است. پیشامد آنکه «فرزندان از یک جنس باشند» را بنویسید. (۵/۰ نمره)

پاسخ

هر برآمد (۲۵/۰ نمره)

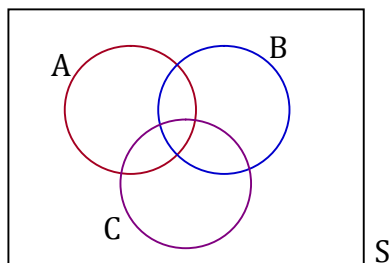
$$E = \{(\text{پسر و پسر و پسر}) \text{ و } (\text{دختر و دختر و دختر})\}$$

ص ۱۵

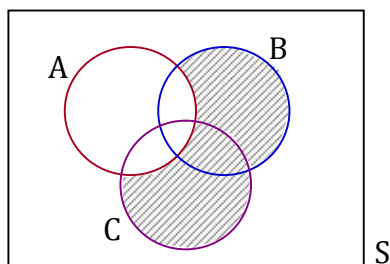
فیلم پاسخ



۶ فرض کنید A و B و C سه پیشامد در فضای نمونه‌ای S باشند. در این صورت روی نمودار ون پیشامد « B یا C رخ بدهد ولی پیشامد A ندهد» را سایه بزنید. (۵/۰ نمره)



هاشور زدن ناحیه مورد نظر مطابق شکل زیر (۵/۰ نمره)



ص ۱۸

فیلم پاسخ



۷. با حروف کلمه «مهرسان» و بدون تکرار حروف: (۱/۵ نمره)

الف) چند کلمه سه حرفی می‌توان نوشت؟

ب) چند کلمه سه حرفی می‌توان نوشت که با «م» شروع شود؟

پاسخ

الف) روش اول: ص ۷

$$p(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} \Rightarrow p(6, 3) = \frac{6!}{3!} = \underline{120} \quad \text{(۵/۵ نمره)}$$

روش دوم:

$$\underbrace{6 \times 5 \times 4}_{(5/5 \text{ نمره})} = \underline{120} \quad \downarrow \quad (5/5 \text{ نمره})$$

ب)

$$\underbrace{1 \times 5 \times 4}_{(5/5 \text{ نمره})} = \underline{20} \quad \downarrow \quad (20/5 \text{ نمره})$$

فیلم پاسخ



۸. از جعبه‌ای شامل ۱۲ سیب سالم و ۴ سیب لکه‌دار، به‌طور تصادفی ۳ سیب را انتخاب می‌کنیم. (۱/۷۵ نمره)
- الف) احتمال آنکه دو سیب سالم و یک سیب لکه‌دار باشد را به‌دست آورید.
- ب) احتمال آنکه هیچ سیبی سالم نباشد را به‌دست آورید.

پاسخ

(الف)

$$P(A) = \frac{\overbrace{\binom{12}{2}}^{(نمره \circ / ۲۵)} \times \overbrace{\binom{4}{1}}^{(نمره \circ / ۲۵)}}{\underbrace{\binom{16}{3}}_{(نمره \circ / ۲۵)}} = \frac{۶۶ \times ۴}{\underbrace{۵۶۰}_{(نمره \circ / ۵)}} = \frac{۳۳}{۷۰}$$

(ب)

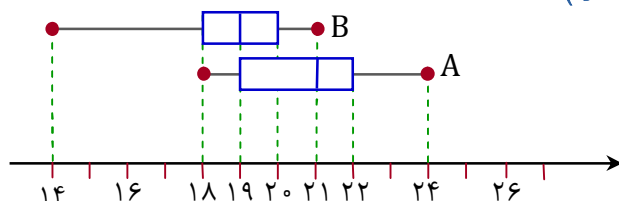
$$P(B) = \frac{\overbrace{\binom{4}{3}}^{(نمره \circ / ۲۵)}}{\underbrace{\binom{16}{3}}_{(نمره \circ / ۲۵)}} = \frac{۴}{\underbrace{۵۶۰}_{(نمره \circ / ۲۵)}}$$

ص ۲۶

فیلم پاسخ



۹. نمودار جعبه‌ای امتیازهای دو گروه A و B به صورت زیر است.
(۱/۵ نمره)



الف) پراکندگی دو گروه را با استفاده از دامنه تغییرات و دامنه میان چارکی مقایسه کنید.
ب) در کدام گروه گزارش میانگین و انحراف معیار می‌تواند گمراه کننده باشد؟ چرا؟

پاسخ

الف) با توجه به نمودار داریم:

گروه	دامنه تغییرات (R)	دامنه میان چارکی (IQR)
A	$R_A = 24 - 18 = 6$	$IQR_A = 22 - 19 = 3$
B	$R_B = 21 - 14 = 7$	$IQR_B = 20 - 18 = 2$
نتیجه	$R_A < R_B$ (نمره ۰/۵)	$IQR_A > IQR_B$ (نمره ۰/۵)

ب) گروه B، (نمره ۰/۲۵) زیرا داده دور افتاده دارد. (نمره ۰/۲۵) ص ۳۴

فیلم پاسخ



۱۰. دنباله‌های $a_n = \frac{6n+3}{n+1}$ و $b_n = n^2 - n$ را در نظر بگیرید.
حاصل عبارت $a_2 + b_3$ را به دست آورید؟ (۰/۷۵ نمره)

پاسخ

$$a_n = \frac{6n+3}{n+1} \rightarrow a_2 = \frac{6(2)+3}{2+1} = \frac{15}{3} = 5 \quad (۰/۲۵ \text{ نمره})$$

$$b_n = n^2 - n \rightarrow b_3 = (3)^2 - 3 = 6 \quad (۰/۲۵ \text{ نمره})$$

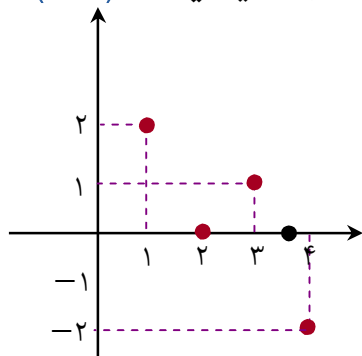
$$\Rightarrow a_2 + b_3 = 5 + 6 = 11 \quad (۰/۲۵ \text{ نمره})$$

ص ۵۸

فیلم پاسخ



۱۱. نمودار یک دنباله به صورت روبه‌رو است. چهار جمله اول این دنباله را بنویسید. (۱ نمره)



پاسخ

هر جمله (۲۵/۰ نمره)

با توجه به نمودار داریم:

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = 2 \\ a_2 = 0 \\ a_3 = 1 \\ a_4 = -2 \end{array} \right\} \rightarrow 2, 0, 1, -2, \dots$$

ص ۵۶

فیلم پاسخ



۱۲. دنباله ... و ۹ و ۶ و ۳ را در نظر بگیرید. (۱/۷۵ نمره)

الف) رابطه بازگشتی دنباله را بنویسید.

ب) ضابطه تابعی دنباله را به دست آورید. (راه حل به طور کامل نوشته شود).

پاسخ

الف)

$$\underbrace{a_1 = 3}_{(0.25 \text{ نمره})}; \underbrace{a_{n+1} = 3 + a_n}_{(0.5 \text{ نمره})}$$

ب) روش اول:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d = \underbrace{3 + (n - 1)(3)}_{(0.5 \text{ نمره})} = \underbrace{3n}_{(0.5 \text{ نمره})}$$

روش دوم: این دنباله، دارای الگوی خطی است. پس:

$$t_n = an + b \xrightarrow{a=3} \underbrace{t_n = 3n + b}_{(0.25 \text{ نمره})}$$

$$\xrightarrow{(1,3)} 3 = 3(1) + b \rightarrow \underbrace{b = 0}_{(0.25 \text{ نمره})} \Rightarrow \underbrace{t_n = 3n}_{(0.5 \text{ نمره})}$$

فیلم پاسخ



۱۳. مجموع ۲۰ جمله اول دنباله زیر را با استفاده از فرمول به دست آورید. (۱/۲۵ نمره)

... و ۱۰ و ۷ و ۴ و ۱

پاسخ

روش اول: ص ۶۹

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d] \rightarrow$$

$$S_{20} = \frac{20}{2} [2(1) + (20-1)(3)] = \underbrace{10(2 + 57)}_{(نمره ۰/۵)} = \underbrace{590}_{(نمره ۰/۲۵)}$$

روش دوم:

$$a_{20} = a_1 + (n-1)d = 1 + (20-1)(3) = 58 \quad (نمره ۰/۲۵)$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) \rightarrow S_{20} = \frac{20}{2} (1 + 58)$$

$$= \underbrace{10(59)}_{(نمره ۰/۲۵)} = \underbrace{590}_{(نمره ۰/۲۵)}$$

فیلم پاسخ



۱۴. در یک کارخانه سنگ‌بری برای صیقل دادن سنگ‌ها از یک صفحه به جرم ۲۵ کیلوگرم استفاده می‌شود. با توجه به مصرف هفتگی، اگر هر هفته ۱/۵ کیلوگرم از وزن صفحه کم شود، آن گاه پس از شش هفته استفاده مداوم جرم صفحه چقدر می‌شود؟ (۱ نمره)

پاسخ

روش اول: جرم کم شده در هر هفته را به صورت دنباله حسابی تعیین و از جرم کل کم می‌کنیم. ص ۷۱

$$1/5, 3/5, 4/5, 6/5, 7/5, 9/5, \dots$$

(۵/۵ نمره)

$$25 - 9 = 16 \quad (۵/۵ نمره)$$

روش دوم: هر هفته ۱/۵ کیلوگرم کم می‌شود. لذا جرم باقی‌مانده به صورت زیر به دست می‌آید.

$$25 - (6 \times 1/5) = 25 - 9 = 16$$

(۵/۵ نمره) (۵/۵ نمره)

روش سوم: جرم باقی‌مانده در پایان هفته اول برابر $a_1 = 23/5$ و اختلاف مشترک برابر $d = -1/5$ ، پس:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \rightarrow a_6 = 23/5 + (6 - 1)(-1/5)$$

(۵/۵ نمره)

$$= 23/5 - 7/5 = 16$$

(۵/۵ نمره)

روش چهارم: جرم باقی‌مانده در پایان هر هفته به صورت زیر است:

$$23/5 \text{ و } 22 \text{ و } 20/5 \text{ و } 19 \text{ و } 17/5 \text{ و } 16 \text{ و } \dots \quad (۱ نمره)$$

لذا جرم باقی‌مانده در پایان هفته ششم برابر ۱۶ است.

فیلم پاسخ



۱۵. در دنباله حسابی $x, 35, y, 125, x, y$ مقادیر x, y را به دست آورید.
(۱ نمره)

پاسخ

ص ۸۰

$$x = \frac{125+35}{2} = \frac{160}{2} = 80$$

(۵/۰ نمره)

$$d = -45 \Rightarrow y = -10$$

(۵/۰ نمره)

فیلم پاسخ



۱۶. جمله سوم یک دنباله هندسی ۸ و جمله پنجم آن ۳۲ است.
جمله نهم این دنباله چند است؟ (نوشتن راه حل الزامی است).
(۱/۵ نمره)

پاسخ

روش اول:

$$\frac{a_5}{a_3} = \frac{ar^4}{ar^2} = r^2, \frac{a_5}{a_3} = \frac{32}{8} = 4 \rightarrow$$

$$r^2 = 4 \rightarrow r = \pm 2 \quad (۰/۵ \text{ نمره})$$

$$a_3 = 8 \rightarrow ar^2 = 8 \xrightarrow{r^2=4} 4a = 8 \rightarrow a = 2 \quad (۰/۵ \text{ نمره})$$

$$a_9 = ar^8 = 2 \times (\pm 2)^8 = 2 \times 256 = 512 \quad (۰/۵ \text{ نمره})$$

ص ۸۳

روش دوم:

$$\frac{a_5}{a_3} = \frac{ar^4}{ar^2} = r^2, \frac{a_5}{a_3} = \frac{32}{8} = 4$$

$$\rightarrow r^2 = 4 \rightarrow r = \pm 2 \quad (۰/۵ \text{ نمره})$$

$$a_9 = \underbrace{r^4 \times a_5}_{(۰/۵ \text{ نمره})} = (\pm 2)^4 \times 32 = \underbrace{16 \times 32}_{(۰/۵ \text{ نمره})} = 512$$

فیلم پاسخ



۱۷. جملات یک دنباله هندسی به صورت ... و ۳ و ۱ و $\frac{1}{3}$ است.
جمله عمومی دنباله را بنویسید. (۱ نمره)

پاسخ

ص ۷۶

$$\underbrace{a_n = ar^{n-1}}_{\text{(نمره ۰/۲۵)}} = \underbrace{\left(\frac{1}{3}\right)(3)^{n-1}}_{\text{(نمره ۰/۲۵)}} = \underbrace{(3^{-1})(3)^{n-1}}_{\text{(نمره ۰/۵)}} = 3^{n-2}$$

فیلم پاسخ



۱۸. مجموع ده جمله اول دنباله هندسی با جمله اول ۵ و نسبت مشترک ۲ را به دست آورید. (۱ نمره)

پاسخ

ص ۶۶

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{(r - 1)} \rightarrow S_{10} = \frac{5(2^{10} - 1)}{2 - 1}$$

(۵/۵ نمره)

$$= \frac{5(2^{10} - 1)}{(2 - 1)} = 5 \times 1023 = 5115$$

(۵/۵ نمره)

فیلم پاسخ

