

آزمون شبه‌نهایی

درس: هندسه ۳	رشته : ریاضی و فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه نظری	ساعت شروع : ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۵/۰۲/۱۲

جهت دسترسی به فایل هر کیوآرکد، آن‌ها را انتخاب یا اسکن کنید.



پاسخ‌نمای تشریحی
فعال‌سازی ساعت ۲۰



پاسخبرگ آزمون
فعال



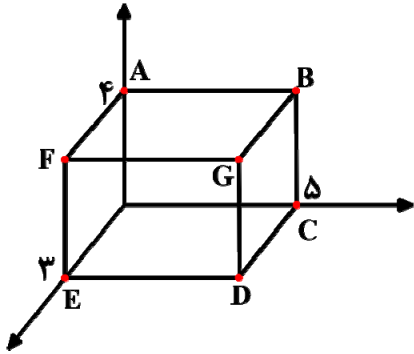
راهنمای تصحیح
جهت آشنایی دانش‌آموزان با بارم‌بندی
فعال‌سازی ساعت ۲۰

باسمه تعالی

تعداد صفحه: ۳	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: ریاضی و فیزیک	سوالات آزمون شبه نهایی درس: هندسه ۳
نام و نام خانوادگی:	تاریخ امتحان: ۱۴۰۵/۰۲/۱۲	ساعت شروع: ۸ صبح	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه نظری
نمره	سؤالات (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است).		
ردیف			

۱	درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید: الف) دستگاه معادلات $\begin{cases} -4x + 6y = 2 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$ جواب ندارد. ب) اگر $a^2 + b^2 < 4c$، آنگاه معادلهٔ ضمنی $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ معادلهٔ یک دایره است. ج) هر اندازه که خروج از مرکز یک بیضی به صفر نزدیکتر شود، شکل بیضی به دایره نزدیک‌تر می‌شود. د) بردار $\vec{a} = (1, 1, 1)$ یک بردار یکه است.	۱
۱	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید: الف) اگر A یک ماتریس 3×3 باشد و $A = 4$، آنگاه $2A$ برابر است. ب) در حالتی که صفحهٔ P با مولد سطح مخروطی موازی باشد و شامل مولد نباشد، شکل حاصل از سطح مقطع صفحهٔ P با سطح مخروطی یک است. ج) نقطهٔ $(-1, 2, -4)$ در ناحیهٔ (بخش) فضای R^3 قرار دارد. د) طول بردار $\vec{a} = -3\mathbf{k}$ برابر است.	۲
۱	ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ با ضابطهٔ $a_{ij} = \begin{cases} i + j & i < j \\ 2j - i & i = j \\ (-1)^{i-j} & i > j \end{cases}$ را در نظر بگیرید. ماتریس $A - 2I$ را به‌دست آورید. (I ماتریس همانی است)	۳
	ادامهٔ سؤالات در صفحه بعد	

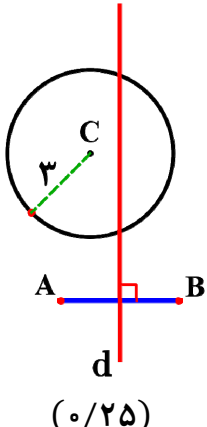
۱/۵	۴	اگر دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & b \\ 2 & a \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ تعویض پذیر باشند (ضرب خاصیت جابجایی داشته باشد)، مقدارهای a و b را بیابید.
۱	۵	ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 - A & -2 \\ 3 & A \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید. مقدار $ A $ را بیابید.
۱/۵	۶	با توجه به تساوی ماتریسی $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22 & 14 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ ، ماتریس A را بیابید.
۱	۷	جواب دستگاه زیر را در صورت وجود با استفاده از ماتریس وارون به دست آورید. $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 4x + 2y = 14 \end{cases}$
۱/۵	۸	نقاط A ، B و C را در صفحه در نظر بگیرید. نقطه‌ای در این صفحه بیابید که از A و B به یک فاصله و از C به فاصله ۳ سانتی متر باشد. (تعداد جواب در حالت‌های مختلف را تعیین کنید).
۱/۷۵	۹	معادله دایره‌ای به مرکز $(5, 6)$ را بنویسید که بر دایره $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 9 = 0$ مماس خارج باشد.
۱/۲۵	۱۰	وضعیت نسبی خط $2y - 3x = 4$ و دایره $x^2 + y^2 - 4x + y + 2 = 0$ را تعیین کنید.
		"ادامه سؤالات در صفحه بعد"

۱/۲۵	از یک رأس ناکانونی یک بیضی، فاصله دو کانون آن با زاویه ۱۲۰ درجه دیده می شود. خروج از مرکز بیضی را به دست آورید.	۱۱
۱/۵	هر شعاع نوری که از نقطه $(۳, -۲)$ به یک بیضی بتابد، بازتاب آن از نقطه $(۳, ۶)$ می گذرد. این بیضی بر یکی از محورهای مختصات مماس است. طول قطر بزرگ بیضی را بیابید.	۱۲
۱/۲۵	سه می به معادله $x^2 - 4y + 6x + 1 = 0$ را در نظر بگیرید. معادله خط هادی و مختصات کانون آن را به دست آورید.	۱۳
۱/۵	یک سه می با مختصات رأس $(۲, -۲)$ را در نظر بگیرید. پرتوهای نوری که از نقطه $(۱, -۲)$ به سه می می تابند، به طور موازی بازتاب می یابند. معادله سه می را بنویسید.	۱۴
۱	با توجه به مکعب مستطیل روبرو، موارد خواسته شده را بنویسید. الف) مختصات نقطه B ب) معادله خط GF ج) معادله صفحه GBCD 	۱۵
۱	شکل مربوط به نامعادلات $x^2 \leq -y, y \geq -1$ را رسم کنید.	۱۶
۲۰	موفق و پیروز باشید	جمع نمره

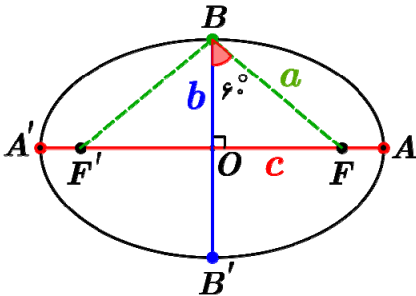
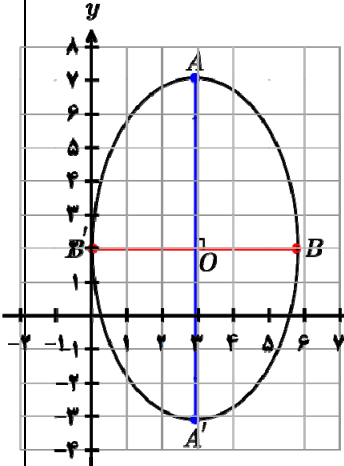
باسمه تعالی

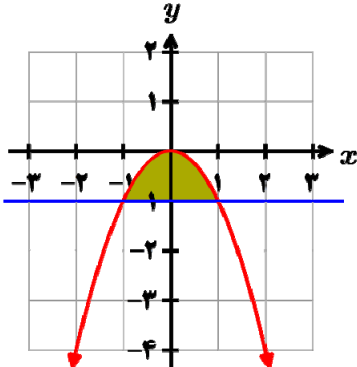
راهنمای نمره گذاری آزمون شبه نهایی درس: هندسه ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۵
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه نظری	ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۵/۰۲/۱۲	
ردیف	راهنمای نمره گذاری	نمره	

۱	الف) درست (۰/۲۵) (صفحه ۳) ج) درست (۰/۲۵) (صفحه ۶۵) ب) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۱۲) د) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۶۳)	۱
۲	الف) ۳۲ - (۰/۲۵) (صفحه ۲۹) ج) ششم (۰/۲۵) (صفحه ۶۵) ب) سهمی (۰/۲۵) (صفحه ۳۵) د) ۳ (۰/۲۵) (صفحه ۷۰)	۱
۳	$A = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -1 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}}_{(0/75)} \Rightarrow A - 2I = \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & 5 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}}_{(0/25)}$ (صفحه ۲۰)	۱
۴	$\left. \begin{aligned} A \times B &= \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & b \\ 2 & a \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}}_{(0/5)} = \begin{bmatrix} -1+b & 3-b \\ -2+a & 6-a \end{bmatrix} \\ B \times A &= \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & b \\ 2 & a \end{bmatrix}}_{(0/5)} = \begin{bmatrix} 5 & 3a-b \\ -1 & b-a \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \underbrace{a=1}_{(0/25)}, \underbrace{b=6}_{(0/25)}$ (صفحه ۲۱)	۱/۵
۵	$\underbrace{ A = (2 - A) A + 6}_{(0/5)} \Rightarrow \underbrace{ A ^2 - A - 6 = 0}_{(0/5)} \Rightarrow \begin{cases} A = 3 \\ A = -2 \end{cases}$ (صفحه ۳۰)	۱
	"ادامه پاسخ در صفحه بعد"	

۱/۵	$B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 22 & 14 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow A = B^{-1}DC^{-1} = \frac{1}{-14} \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 22 & 14 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \times \frac{1}{-5} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ (صفحه ۲۳)	۶
۱	$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 14 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1}B = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow x = 2, y = 3$ (صفحه ۲۴)	۷
۱/۵	عمودمنصف پاره خط AB را رسم می کنیم و آن را d می نامیم. (۰/۲۵) همچنین، دایره ای به شعاع ۳ سانتیمتر و به مرکز C رسم می کنیم. (۰/۲۵) یکی از سه حالت زیر اتفاق می افتد: الف) خط d دایره را در دو نقطه قطع می کند. در این صورت مسئله ۲ جواب دارد. (۰/۲۵) ب) خط d دایره را در یک نقطه قطع می کند (بر دایره مماس است). در این صورت مسئله ۱ جواب دارد. (۰/۲۵) ج) خط d دایره را قطع نمی کند. در این صورت مسئله جواب ندارد. (۰/۲۵) (صفحه ۳۹) 	۸
	ادامه پاسخ در صفحه بعد	

	روش اول: $C_1(O_1, r_1): x^2 + y^2 - 2x - 6y + 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} r_1 = \frac{1}{2}\sqrt{(-2)^2 + (-6)^2} - 4(9) = 1 \\ O_1(\frac{2}{2}, \frac{6}{2}) = (1, 3) \end{cases}$ $C_2(O_2, r_2): O_2(5, 6), r_2 \quad d = O_1 O_2 = \sqrt{(5-1)^2 + (6-3)^2} = 5$ $d = r_1 + r_2 \Rightarrow 5 = 1 + r_2 \Rightarrow r_2 = 4 \Rightarrow \underbrace{(x-5)^2 + (y-6)^2 = 16}_{(0/25)}$	روش دوم: $C_1(O_1, r_1): x^2 + y^2 - 2x - 6y + 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} r_1 = \frac{1}{2}\sqrt{(-2)^2 + (-6)^2} - 4(9) = 1 \\ O_1(\frac{2}{2}, \frac{6}{2}) = (1, 3) \end{cases}$ $C_2(O_2, r_2): O_2(5, 6) = (\frac{-a}{2}, \frac{-b}{2}) \Rightarrow a = -10, b = -12$ $d = O_1 O_2 = \sqrt{(5-1)^2 + (6-3)^2} = 5 \quad d = r_1 + r_2 \Rightarrow 5 = 1 + r_2 \Rightarrow r_2 = 4$ $\Rightarrow 4 = \frac{1}{2}\sqrt{(-10)^2 + (-12)^2} - 4c \Rightarrow c = 45 \Rightarrow \underbrace{x^2 + y^2 - 10x - 12y + 45 = 0}_{(0/25)}$ (صفحه ۴۳)	۹
۱/۲۵	$x^2 + y^2 - 4x + y + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} r = \frac{1}{2}\sqrt{(-4)^2 + 1^2} - 4(2) = \frac{3}{2} \\ O(2, \frac{-1}{2}) \end{cases}$ $ OH = \frac{ 2(\frac{-1}{2}) - 3(2) - 4 }{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} = \frac{11}{\sqrt{13}}$ $\frac{11}{\sqrt{13}} > \frac{3}{2} \Rightarrow OH > r$ (صفحه ۴۵)	پس خط و دایره نقطه برخورد ندارند. (۰/۲۵)	۱۰
	ادامه پاسخ در صفحه بعد		

۱/۲۵	 رسم شکل (۵/۰) $\widehat{FBF'} = 120^\circ \Rightarrow \underbrace{\widehat{FBO} = 60^\circ}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{\frac{c}{a}}_{(0/25)} = \underbrace{\sin 60^\circ}_{(0/25)} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (صفحه ۴۹)	۱۱
۱/۵	 طبق ویژگی بازتابندگی بیضی، $(3, 6)$ و $(3, -2)$ کانون های بیضی هستند. (۵/۲۵) بنابراین $c = 4$. (۵/۲۵) بیضی بر محور y ها مماس است. پس $b = 3$. (۵/۲۵) $\underbrace{a^2 = b^2 + c^2}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{a^2 = 3^2 + 4^2}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{a = 5}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{2a = 10}_{(0/25)}$ (صفحه ۵۰)	۱۲
۱/۲۵	$x^2 - 4y + 6x + 1 = 0 \Rightarrow \underbrace{x^2 + 6x + 9 = 4y - 1 + 9}_{(0/5)} \Rightarrow \underbrace{(x + 3)^2 = 4(y + 2)}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{a = 1}_{(0/25)}$ سهمی رو به بالا است. پس $F(-3, -1)$ کانون آن (۵/۲۵) و $y = -3$ خط هادی است. (۵/۲۵) (صفحه ۵۵)	۱۳
۱/۵	طبق ویژگی بازتابندگی سهمی، $(1, -2)$ کانون سهمی است. (۵/۲۵) با توجه به مختصات رأس $(2, -2)$، سهمی رو به چپ است (۵/۲۵) و $a = 1$. (۵/۲۵) $\underbrace{(y - \beta)^2 = -4a(x - \alpha)}_{(0/75)} \Rightarrow \underbrace{(y + 2)^2 = -4(x - 2)}_{(0/75)}$ (صفحه ۵۷)	۱۴
	ادامه پاسخ در صفحه بعد	

۱	الف) $(0, 5, 4)$ (ب) $\begin{cases} x = 3(0/25) \\ z = 4(0/25) \end{cases}$ (ج) $y = 5(0/25)$	۱۵ (صفحه ۶۷)
۱	 رسم سهمی $(0/5)$، رسم خط $(0/25)$، رسم قسمت رنگی $(0/25)$ (صفحه ۶۳)	۱۶
۲۰	موفق و پیروز باشید	جمع نمره

همکاران محترم ضمن عرض خسته نباشید و خدا قوت

به راه حل های درست دیگر به تناسب نمره تعلق گیرد.

این راهنما جهت آشنایی دانش آموزان با ریزبارم هر سوال آزمون می باشد.