

	استان: خراسان رضوی	رشته: ریاضی و فیزیک	پایه: دوازدهم	سؤالات آزمون درس: هندسه ۳
	طراح: گروه ریاضی	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۲	نوبت: خرداد - شهریور

ردیف	سؤالات پاسخبرگ دارد (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)	نمره
۱	درستی یا نادرستی هر یک از عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) در حالت کلی ضرب ماتریس ها خاصیت جابجایی دارد. ب) هر ماتریس قطری یک ماتریس مربعی است. پ) برای هر دو بردار دلخواه $\vec{a}$ و $\vec{b}$ داریم: $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$. ت) نقطه $(-1, 2, -4)$ در ناحیه ششم فضای $\mathbb{R}^3$ قرار دارد.	۱
۲	جاهای خالی را با عبارت های مناسب کامل کنید. الف) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک نقطه ثابت غیر واقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند است. ب) هر چه مقدار خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیک تر شود، شکل بیضی به نزدیک تر می شود. پ) مقدار عددی درایه a_{33} در ماتریس $A = [2i + j]_{3 \times 3}$ برابر با است. ت) هرگاه صفحه ای شامل محور یک سطح مخروطی، آن را برش دهد، فصل مشترک حاصل است.	۱
۳	دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} x-y & 9 \\ 2 & z-1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & x+y \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ مساوی هستند، مقادیر x، y و z را به دست آورید.	۱/۵
۴	با توجه به ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$، ماتریس A^5 را به دست آورید.	۱
۵	دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ را به روش بسط حول ستون سوم به دست آورید.	۱
۶	جواب دستگاه $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 4y + 7x = 15 \end{cases}$ را با استفاده از وارون ماتریس به دست آورید.	۱/۵
۷	نقاط A، B و C را در یک صفحه در نظر بگیرید. نقطه ای را بیابید که از نقاط A و B به یک فاصله و از نقطه C به فاصله ۲ سانتی متر باشد (در مورد تعداد جواب های ممکن بحث کنید).	۱/۲۵
۸	معادله دایره ای به مرکز $O(1, -1)$ بنویسید که بر خط $3x - 4y + 3 = 0$ مماس باشد.	۱/۵
۹	وضعیت دو دایره $C: x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$ و $C': (x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۱/۷۵
۱۰	در یک بیضی مختصات کانون ها به صورت $F(4, 0)$ و $F'(-2, 0)$ و طول قطر بزرگ برابر با ۱۰ است. مقدار m را طوری به دست آورید که نقطه $P(1, m)$ روی این بیضی قرار داشته باشد.	۱/۲۵
ادامه سؤالات در صفحه بعد		

سؤالات آزمون درس : هندسه ۳		پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	نوبت: خرداد - شهریور
۱۱	معادله سهمی $x^2 - 4 = 8y + 4x$ را به حالت استاندارد تبدیل کنید. سپس مختصات کانون و رأس آن را به دست آورید.	۱/۵		
۱۲	در صورتی که $A(-2, 3, 1)$ و $B(0, 1, -5)$ دو نقطه در فضای $\mathbb{R}^3$ باشند، الف) مختصات نقطه وسط پاره خط AB را بیابید. ب) طول بردار $\overrightarrow{AB}$ را به دست آورید.	۱/۲۵		
۱۳	فرض کنید $\vec{a} = 4\vec{k} - 2\vec{j} - \vec{i}$ ، $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j}$ و $r = \frac{1}{5}$. الف) بردار $r(3\vec{a} - \vec{b})$ را بیابید. ب) تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b}$ را به دست آورید.	۲		
۱۴	اگر نقاط $A(1, 1, 3)$ ، $B(-1, -2, 3)$ و $C(0, -1, 1)$ سه رأس مثلث ΔABC باشند، مساحت این مثلث را با استفاده از ضرب خارجی به دست آورید.	۱/۷۵		
۱۵	ثابت کنید اگر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برهم عمود باشند آن گاه $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.	۰/۷۵		
موفق باشید		۲۰		

	استان: خراسان رضوی	رشته: ریاضی و فیزیک	پایه: دوازدهم	پاسخ برگ آزمون درس: هندسه ۳
	طراح: گروه ریاضی	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۳	نوبت: خرداد - شهریور

نمره	لطفاً پاسخ خود را در محل تعیین شده بنویسید.			ردیف
۱	(الف) (ب) (پ) (ت)			۱
۱				۲
۱/۵				۳
۱				۴
۱				۵
۱/۵				۶
	ادامه پاسخ در صفحه بعد			

۱/۲۵		۷
۱/۵		۸
۱/۷۵		۹
۱/۲۵		۱۰
	ادامه پاسخ در صفحه بعد	

 دبیرخانه راهبردی کنکور ریاضی موسسه دوم سنبل در شهر تهران	استان: خراسان رضوی	رشته: ریاضی و فیزیک	پایه: دوازدهم	پاسخ برگ آزمون درس: هندسه ۳
	طراح: گروه ریاضی	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۳	نوبت: خرداد - شهریور

۱/۵		۱۱
۱/۲۵	(الف) (ب)	۱۲
۲	(الف) (ب)	۱۳
۱/۷۵		۱۴
۰/۷۵		۱۵
۲۰	موفق باشید	

	استان: خراسان رضوی	رشته: ریاضی و فیزیک	پایه: دوازدهم	راهنمای نمره گذاری آزمون درس: هندسه ۳
	طراح: گروه ریاضی	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۴	نوبت: خرداد - شهریور

نمره	راهنمای نمره گذاری	ردیف
۱	(الف) نادرست (ب) درست (پ) درست (ت) درست	۱
۱	(الف) سهمی (ب) دایره (پ) ۷ (ت) دو خط متقاطع	۲
۱/۵	$\underbrace{z-1=5}_{(0/25)} \Rightarrow z=6 \quad (0/25)$ $\begin{cases} x+y=9 \quad (0/25) \\ x-y=3 \quad (0/25) \end{cases} \Rightarrow \underbrace{x=6, y=3}_{(0/5)}$	۳
۱	$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = 2I \quad (0/25)$ $A^3 = AA^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} = 2A \quad (0/25)$ $A^4 = AA^3 = 4I \quad (0/25)$ $A^5 = AA^4 = 4A \quad (0/25)$	۴
۱	$ A = -1 \underbrace{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}}_{(0/25)} - 3 \underbrace{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}}_{(0/25)} + 1 \underbrace{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}}_{(0/25)} = -16 \quad (0/25) \quad \text{یا} \quad A = \underbrace{-1(4)}_{(0/25)} - \underbrace{3(4)}_{(0/25)} + \underbrace{1(0)}_{(0/25)} = -16 \quad (0/25)$	۵
۱/۵	$\underbrace{ A = 8 - 7 = 1}_{(0/25)} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{ A } \underbrace{\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -7 & 2 \end{bmatrix}}_{(0/5)} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -7 & 2 \end{bmatrix}$ $X = A^{-1}B = \underbrace{\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -7 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 15 \end{bmatrix}}_{(0/25)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}}_{(0/5)} \Rightarrow x=1, y=2$	۶
ادامه پاسخ در صفحه بعد		

۱/۲۵

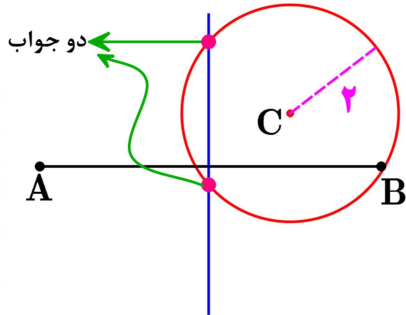
۷

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو نقطه A و B به یک فاصله‌اند، عمود منصف پاره خط AB است. (۰/۲۵)

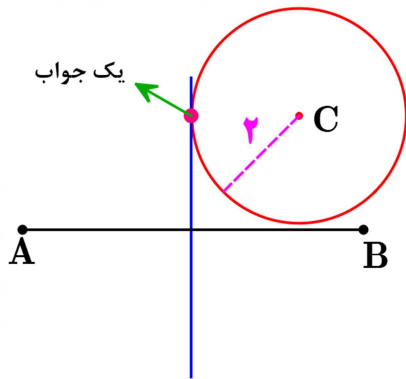
مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطه C به یک فاصله باشند، دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۲ سانتی‌متر است. (۰/۲۵)

فصل مشترک این دو مکان هندسی جواب مسئله است، که در حالت‌های زیر می‌توان در مورد تعداد جواب‌ها بحث کرد:

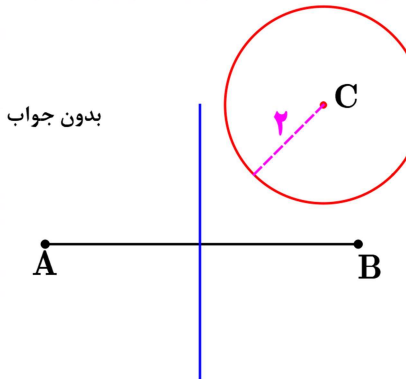
الف) اگر عمود منصف پاره خط AB دایره C را قطع کند، مسئله دو جواب دارد. (۰/۲۵) یا رسم شکل زیر:



ب) اگر عمود منصف پاره خط AB بر دایره C مماس باشد، مسئله یک جواب دارد. (۰/۲۵) یا رسم شکل زیر:



ج) اگر عمود منصف پاره خط AB دایره C را قطع نکند، مسئله جواب ندارد. (۰/۲۵) یا رسم شکل زیر:



۱/۵

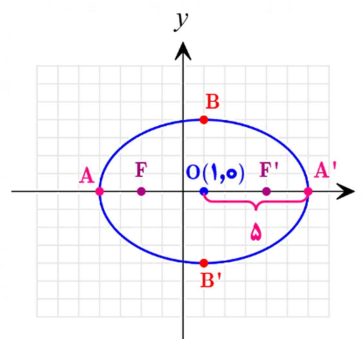
۸

$$OH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{\overbrace{3(1) - 4(-1) + 3}^{(0/25)}}{\underbrace{\sqrt{9 + 16}}_{(0/25)}} = \frac{10}{5} = 2 \Rightarrow r = 2 \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow \underbrace{(x-1)^2}_{(0/25)} + \underbrace{(y+1)^2}_{(0/25)} = \underbrace{4}_{(0/25)}$$

ادامه پاسخ در صفحه بعد

	استان: خراسان رضوی	رشته: ریاضی و فیزیک	پایه: دوازدهم	راهنمای نمره گذاری آزمون درس: هندسه ۳
	طراح: گروه ریاضی	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۴	نوبت: خرداد - شهریور

۱/۷۵	$O(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) = (1, -1), \quad r^2 = \frac{a^2 + b^2 - 4c}{4} = \frac{4 + 4 - 4}{4} = 1$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $O' = (-3, 2), r' = 2, \quad d = OO' = \sqrt{16 + 9} = 5 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow d = 5 > 3 = r + r' \quad (۰/۲۵)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) دو دایره متخارج هستند. (۰/۲۵) توجه: در صورتی که دانش آموز مرحله $d = 5 > 3 = r + r' \quad (۰/۲۵)$ را ننویسد ولی در ادامه وضعیت نسبی دو دایره را درست تشخیص دهد. نمره‌ای کسر نگردد.	۹
۱/۲۵	چون $O = \frac{F + F'}{2} = (1, 0) \quad (۰/۲۵)$ بنابراین نقطه $P(1, m)$ روی نقطه B یا B' قرار دارد که داریم: $c = \frac{FF'}{2} = 3, a = 5 \quad (۰/۲۵)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow b^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow b = 4 \quad (۰/۲۵)$$\Rightarrow P(1, m) = (1, \pm 4) \quad (۰/۲۵)$ 	۱۰
۱/۵	$x^2 - 4 = \lambda y + 4x \Rightarrow \underbrace{x^2 - 4x + 4}_{(۰/۲۵)} = \lambda y + 4 + 4 \Rightarrow (x - 2)^2 = \lambda(y + 1) \quad (۰/۵)$$\Rightarrow a = 2 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow S = (h, k) = (2, -1) \quad (۰/۲۵), \quad F = (h, k + a) = (2, 1) \quad (۰/۲۵)$	۱۱
۱/۲۵	(الف) $M = \frac{1}{2}(A + B) = \frac{1}{2}(-2, 4, -4) = (-1, 2, -2) \quad (۰/۲۵)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (ب) $\overrightarrow{AB} = (2, -2, -6) \quad (۰/۲۵)$$\overrightarrow{AB} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{(2)^2 + (-2)^2 + (-6)^2} = \sqrt{44} = 2\sqrt{11} \quad (۰/۲۵)$ (۰/۲۵)	۱۲
ادامه پاسخ در صفحه بعد		

پایه: دوازدهم		رشته: ریاضی و فیزیک	نوبت: خرداد - شهریور	راهنمای نمره‌گذاری آزمون درس: هندسه ۳
۱۳	(الف)	$r(\vec{a}-\vec{b})=\frac{1}{5}\left[3\underbrace{(-1,-2,4)}_{(0/25)}-\underbrace{(1,2,0)}_{(0/25)}\right]=\frac{1}{5}\left[\underbrace{(-3,-6,12)}_{(0/25)}-(1,2,0)\right]$ $=\frac{1}{5}(-4,-8,12)=\underbrace{\left(\frac{-4}{5},\frac{-8}{5},\frac{12}{5}\right)}_{(0/25)}$ $\frac{\vec{a}.\vec{b}}{ \vec{b} ^2}\vec{b}=\frac{\overbrace{(-1)-4}^{(0/25)}}{\underbrace{1+4}_{(0/25)}}(1,2,0)=\underbrace{(-1,-2,0)}_{(0/25)}$		
۱۴		$\vec{a}=\overrightarrow{AB}=(-1,-2,3)-(1,1,3)=\underbrace{(-2,-3,0)}_{(0/25)},\quad \vec{b}=\overrightarrow{AC}=(0,-1,1)-(1,1,3)=\underbrace{(-1,-2,-2)}_{(0/25)}$ $\vec{a}\times\vec{b}=\underbrace{\begin{vmatrix}i&j&k\\-2&-3&0\\-1&-2&-2\end{vmatrix}}_{(0/75)}=(6,-4,1)\Rightarrow S=\frac{1}{2} \vec{a}\times\vec{b} =\frac{1}{2}\underbrace{(\sqrt{36+16+1})}_{(0/5)}=\frac{1}{2}\sqrt{53}$		
۱۵		$\vec{a}\perp\vec{b}\Rightarrow\theta=90^{\circ}\Rightarrow\cos\theta=0\text{ (0/25)}$ $\Rightarrow\underbrace{\vec{a}.\vec{b}= \vec{a} \vec{b} \cos\theta}_{(0/25)}=0\text{ (0/25)}$		
۲۰	خدا قوت همکار محترم			