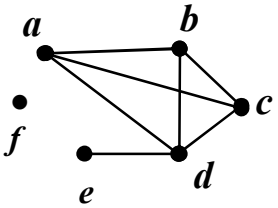
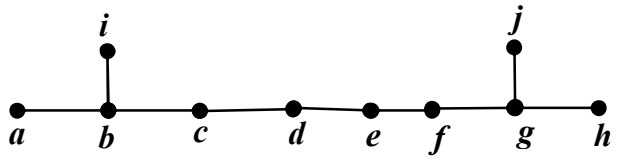
سؤالات امتحان نهایی درس : **ریاضیات گسسته**	ساعت شروع: **۱۰ صبح**	نام و نام خانوادگی :	رشته : **ریاضی فیزیک**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه	تعداد صفحه: **۲**	تاریخ امتحان : **۱۴۰۰/۱۰/۲۷**	مدت امتحان: **۱۲۰ دقیقه**
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در **نوبت دی ماه** سال **۱۴۰۰**			مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
۱	**عبارت مناسب را از داخل پرانتز انتخاب کنید.** **الف) حاصل‌ضرب هر عدد گویای ناصفر در یک عدد گنگ، عددی (گنگ ، گویا) است.** **ب) اگر برای دو عدد صحیح a و b داشته باشم $a\mid b$ ، برای هر $m\in Z$ داریم: ($a\mid mb$ ، $ma\mid b$) .** **پ) اگر $a\mid b$ آن گاه ب.م.م دو عدد a و b برابر با ($\mid a\mid$ ، a) است.** **ت) اگر $ac\overset{m}{\equiv}bc$ و $(c,m)=d$ آن گاه رابطه ($a\overset{\frac{m}{d}}{\equiv}b$ ، $a\overset{m}{\equiv}b$) برقرار خواهد بود.**	۱
۲	**اگر α و β دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha+\beta$ گویا باشد، ثابت کنید $\alpha-\beta$ گنگ است.**	۱/۵
۳	**ثابت کنید باقی‌مانده تقسیم مربع هر عدد فرد بر ۸، برابر یک است.**	۱/۵
۴	**اگر در تقسیم، مقسوم و مقسوم علیه، هر دو بر عدد صحیح n بخش پذیر باشند، ثابت کنید باقی‌مانده تقسیم نیز همواره بر n بخش‌پذیر است.**	۱/۲۵
۵	**معادله سیاله $۶x+۷y=۱۸۵$ را حل کرده و جواب عمومی آن را بنویسید.**	۱/۷۵
۶	**با توجه به گراف G (شکل مقابل) به سوالات زیر پاسخ دهید.** **الف) مقدار $q-\Delta(G)$ را بیابید.** **ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید.** **پ) با ذکر دلیل مشخص کنید گراف مکمل G چند یال دارد؟**  	۰/۷۵ ۰/۵ ۰/۷۵
۷	**درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید.** **الف) هر مجموعه احاطه‌گر مینیمال، یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم است.** **ب) اگر G یک گراف n رأسی با ماکزیمم درجه Δ باشد آن‌گاه $\left\lceil\frac{n}{\Delta+۱}\right\rceil>\gamma(G)$.** **پ) در گراف P_n عدد احاطه‌گری برابر با $\left\lceil\frac{n}{\Delta+۱}\right\rceil$ است.** **ت) $\lceil ۳/۴۸\rceil=۴$.**	۱
۸	**عدد احاطه‌گری گراف G (شکل مقابل) را با ارائه راه حل، تعیین کنید.**  	۱/۵
۹	**گراف $C_{۱۰}$ را رسم کنید.** **الف) یک $\gamma-$مجموعه از آن را مشخص کنید.** **ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۵ عضوی از آن را تعیین نمایید.**	۱/۵

« بقیه سوالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس : **ریاضیات گسسته**	ساعت شروع: **۱۰ صبح**	نام و نام خانوادگی :	رشته : **ریاضی فیزیک**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه	تعداد صفحه: **۲**	تاریخ امتحان : **۱۴۰۰/۱۰/۲۷**	مدت امتحان: **۱۲۰ دقیقه**
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در **نوبت دی ماه** سال **۱۴۰۰**			مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir

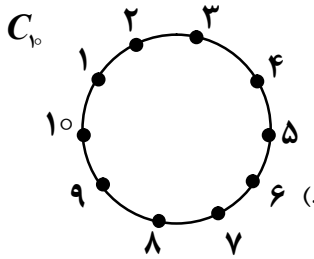
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
۱۰	می‌خواهیم با حروف «ش»، «الف» و «ث» و ۵ عدد ۱،۳،۵،۷،۹ یک رمز شامل ۸ کاراکتر تشکیل دهیم، مطلوب است، تعداد کل رمزهایی که در هر یک از آن‌ها حروف کنار هم باشند.	۰/۵
۱۱	با حروف کلمه جیرجیرک چند کلمه ۷ حرفی می‌توان نوشت؟	۱
۱۲	به چند طریق می‌توان از بین ۶ نوع گل متفاوت، ۱۰ شاخه گل انتخاب کرد به طوری که از گل نوع سوم حداقل ۴ شاخه و از نوع ششم بیش از ۲ شاخه انتخاب کنیم؟	۱/۷۵
۱۳	در مربع لاتین A (شکل زیر) جای سطر اول و سوم را با هم جابه‌جا کنید تا مربع لاتین B ایجاد شود. سپس با ذکر دلیل بررسی کنید آیا A و B دو مربع لاتین متعامد هستند؟ $A=$ (۲ ۳ ۱ / ۳ ۱ ۲ / ۱ ۲ ۳)	۱/۲۵
۱۴	از بین اعداد طبیعی ۱ تا ۳۰۰, $(1 \le n \le 300)$ چند عدد وجود دارد که بر ۴ بخش پذیر است ولی بر ۵ بخش‌پذیر نیست؟	۱/۵
۱۵	ثابت کنید در بین هر سه عدد طبیعی، حداقل دو عدد طبیعی وجود دارد که مجموعشان عددی زوج است؟	۱
	" موفق باشید " جمع نمره	۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	رشته: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۱۰ صبح**	مدّت امتحان: **۱۲۰دقیقه**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه		تاریخ امتحان : **۱۴۰۰/۱۰/۲۷**	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در **دی ماه سال ۱۴۰۰**		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	**الف) گنگ (۰/۲۵)** (مثال صفحه۵) **ب)** $a \mid mb$ **(۰/۲۵)** (ویژگی۱ صفحه۱۰) **پ)** $\mid a \mid$ **(۰/۲۵)** (کار در کلاس صفحه۱۳) **ت)** $a \overset{\frac{m}{d}}{\equiv} b$ **(۰/۲۵)** (ویژگی۷ صفحه۲۲)	۱
۲	**فرض خلف: فرض کنیم $\alpha-\beta$ گویا باشد. (۰/۲۵) می‌دانیم جمع دو عدد گویا عددی گویا است. پس $(\alpha+\beta)+(\alpha-\beta)\in Q$ (۰/۲۵). یعنی $2\alpha\in Q$ (۰/۲۵) . در نتیجه $\alpha\in Q$ (۰/۲۵) و این با فرض گنگ بودن α تناقض دارد. (۰/۲۵) پس فرض خلف باطل و حکم اثبات می‌شود. (۰/۲۵)** (سوال۳ صفحه۸)	۱/۵
۳	$a=2k+1\ (0/25)\Rightarrow a^2=4k^2+4k+1\ (0/25)=4\underbrace{k(k+1)}_{\text{ضرب دو عدد صحیح متوالی}}+1\ (0/25)=4\times 2q+1\ (0/25)=8q+1\ (0/25)$ $\Rightarrow r=1\ (0/25)$ (مسأله۳صفحه۱۵)	۱/۵
۴	$a=bq+r\ ,\ 0\le r<b\ \ (0/25)\Rightarrow a-bq=r\ \ (0/25)\Rightarrow \begin{cases} n\mid a \\ n\mid b\end{cases}\ (0/25)\Rightarrow n\mid a-bq\ \ (0/25)$ $\Rightarrow n\mid r\ \ (0/25)$ (تمرین۱۲ صفحه ۱۷)	۱/۲۵
۵	$\underbrace{6x\overset{7}{\equiv}185}_{(0/25)}=23\times 7+24\ \ (0/25)\Rightarrow 6x\overset{7}{\equiv}24\ \ (0/25)\xrightarrow{(6,7)=1} x\overset{7}{\equiv}4\ \ (0/25)$ $\Rightarrow x=7k+4\ \ (0/25)\ \ \Rightarrow 6(7k+4)+7y=185\ (0/25)\Rightarrow y=-6k+23\ (0/25)$ (مشابه تمرین ۱۴ صفحه ۳۰)	۱/۷۵
۶	**الف)** $7-4=3$ **(۰/۷۵)** (مفهوم اندازه گراف صفحه ۳۵ و مفهوم ماکزیمم درجه صفحه ۳۷) **ب)** $abcda$ یا $adbca$ **(۰/۵)** (تعریف دور صفحه ۳۸) **پ)** $q(G)+q(\overline{G})=\frac{p(p-1)}{2}\ (0/25)\Rightarrow 7+q(\overline{G})=15\ (0/25)\Rightarrow q(\overline{G})=8\ \ (0/25)$ (مسأله۳ صفحه ۳۸)	۲
۷	**الف) نادرست(۰/۲۵)** (تعریف احاطه‌گر مینیمم صفحه۴۴ و تعریف احاطه‌گر مینیمال صفحه ۴۶) **ب) نادرست (۰/۲۵)** (کادر بالای صفحه۴۹) **پ) درست (۰/۲۵)** (تمرین ۵ صفحه۵۳) **ت) درست (۰/۲۵)** (مفهوم سقف یک عدد در صفحه۴۸)	۱
۸	**طبق قضیه داریم** $\left\lceil\frac{10}{3+1}\right\rceil=3\le\gamma(G)$ **(۰/۵) . از طرفی مجموعه** $D=\{b,e,g\}$ **یک مجموعه احاطه‌گر است. (۰/۵) لذا** $\gamma(G)\le 3$ **(۰/۲۵) . بنابراین** $\gamma(G)=3$ **. (۰/۲۵)** (مشابه کار در کلاس صفحه ۵۰)	۱/۵

ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	رشته: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۱۰ صبح**	مدّت امتحان: **۱۲۰دقیقه**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه		تاریخ امتحان : **۱۴۰۰/۱۰/۲۷**	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در **دی ماه سال ۱۴۰۰**		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۹	**رسم نمودار (۰/۲۵)**  **الف)** $D=\{1,4,7,10\}$ **(۰/۵)** (به گاما مجموعه های درست دیگر نیز نمره داده شود.) **ب)** $D=\{1,3,5,7,9\}$ **(۰/۷۵)** (به مجموعه های احاطه‌گر مینیمال درست دیگر نیز نمره داده شود.) (مشابه سوال ۱۱ صفحه ۵۴)	۱/۵
۱۰	$6!\times 3!$ (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۵۶)	۰/۵
۱۱	$\frac{7!}{2!\times 2!\times 2!}$ (۱) (مشابه مثال صفحه ۵۸)	۱
۱۲	$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=10$ (۰/۲۵) $x_3\geq 4$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y_3=x_3-4,\ y_3\geq 0$ (۰/۲۵) $x_6>2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y_6=x_6-3,\ y_6\geq 0$ (۰/۲۵) $x_1+x_2+y_3+4+x_4+x_5+y_6+3=10$ (۰/۲۵) $\Rightarrow\ x_1+x_2+y_3+x_4+x_5+y_6=3\ \Rightarrow\ ج=\binom{8}{5}$ (۰/۲۵) (مشابه سوال ۸ صفحه ۷۱)	۱/۷۵
۱۳	$B=\begin{array}{|c|c|c|}\hline 1&2&3\\\hline 3&1&2\\\hline 2&3&1\\\hline\end{array}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ $\begin{array}{|c|c|c|}\hline 12&23&31\\\hline 33&11&22\\\hline 21&32&13\\\hline\end{array}$ (۰/۵) **متعامدند. (۰/۲۵) زیرا در مربع آخر هیچ عدد ۲ رقمی تکراری وجود ندارد. (۰/۲۵)** (مشابه تمرین ۱۳ صفحه ۷۲)	۱/۲۵
۱۴	$A=\{1\leq n\leq 300 \mid n=4k\ (k\in N)\}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow |A|=\left[\frac{300}{4}\right]=75$ (۰/۲۵) $B=\{1\leq n\leq 300 \mid n=5k\ (k\in N)\}$ $A\cap B=\{1\leq n\leq 300 \mid n=20k\ (k\in N)\}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow |A\cap B|=\left[\frac{300}{20}\right]=15$ (۰/۲۵) $|A\cap B'|=|A|-|A\cap B|$ (۰/۲۵) $=75-15=60$ (۰/۲۵) (مشابه سوال ۲ صفحه ۸۳)	۱/۵
۱۵	**برای این که مجموع دو عدد زوج باشد، هر دو عدد یا باید زوج باشند و یا هر دو فرد. (۰/۲۵) بنابراین تعداد لانه ها برابر ۲ (۰/۲۵) و تعداد کبوترها ۳ است. (۰/۲۵) طبق اصل لانه کبوتری حداقل یک لانه وجود دارد که دو کبوتر در آن قرار می‌گیرد. یعنی حداقل دو عدد طبیعی از بین سه عدد وجود دارد که مجموعشان زوج خواهد شد. (۰/۲۵)** (سوال۱۱صفحه ۸۳)	۱
	جمع نمره	۲۰

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»