

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	ساعت شروع : ۸ صبح	نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان : ۱۴۰۰/۰۶/۲۷	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۰	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		

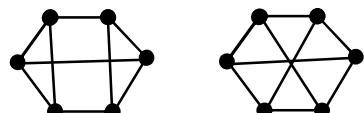
ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	ثابت کنید حاصل جمع یک عدد گویا و یک عدد گنگ، عددی گنگ است.	۱
۲	درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید. الف) اگر $a \mid b$ و m, n دو عدد طبیعی باشند که $m \leq n$ ، آن گاه $a^m \mid b^n$. ب) اگر $a \mid b$ آن گاه $(a, b) = a$. پ) اگر $a \equiv b^m$ باشد، آن گاه باقی مانده های تقسیم دو عدد a و b بر m مساوی اند. ت) منظور از حل معادله هم نهشتی، پیدا کردن همه جواب های حقیقی است که در معادله $a x \equiv b^m$ صدق کند.	۱
۳	اگر $a > 1$ ، $a \mid 9k + 4$ و $a \mid 5k + 3$ ، ثابت کنید a عددی اول است.	۱
۴	اگر a عددی صحیح و دلخواه باشد، ثابت کنید همواره یکی از اعداد صحیح a یا $a + 2$ یا $a + 4$ بر ۳ بخش پذیر است.	۱/۵
۵	اگر دو عدد $(5 - 3a)$ و $(4a - 7)$ رقم یکان برابر داشته باشند، رقم یکان عدد $(9a + 6)$ را به دست آورید.	۱
۶	معادله سیاله $5x + 2y = 18$ را حل کرده و جواب عمومی آن را بنویسید.	۱/۵
۷	با توجه به گراف G (شکل مقابل)، به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) مسیر به طول ۳ از a به c بنویسید. ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید. پ) درجه رأس a در گراف $\bar{G}$ را تعیین کنید. ت) آیا گراف G همبند است؟ دلیل ارائه کنید. ث) $N_G(f)$ را معین کنید.	۲/۲۵
۸	گراف G ، ۳- منتظم است و اندازه آن ۳ واحد کمتر از ۲ برابر تعداد رأس های گراف است. مرتبه گراف را به دست آورده و گراف G را رسم کنید.	۱/۲۵
۹	عدد احاطه گری گراف شکل مقابل را با ارائه راه حل، تعیین کنید.	۱/۵
۱۰	در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نباشد.	۱
۱۱	می خواهیم ۲۰ نفر را به ۴ گروه ۵ نفره تقسیم کنیم. به چند طریق این کار امکان پذیر است؟	۱
۱۲	کوتاه پاسخ دهید. علی و حسین و ۵ نفر دیگر را به چند طریق می توان در یک صف کنار هم قرار داد، به طوری که: الف) علی و حسین کنار هم باشند. ب) ابتدا و انتهای صف علی و حسین ایستاده باشند.	۱

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان : ۱۴۰۰/۰۶/۲۷	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۰ مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱۳	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 15$ چند جواب صحیح نامنفی دارد به شرط آن که $x_1 > 2$ و $x_4 \geq 4$ باشد؟	۱/۵
۱۴	الف) تمام مربع های لاتین 2×2 را بنویسید. ب) آیا دو مربع لاتین 2×2 متعامد وجود دارد؟ دلیل بیاورید.	۱/۲۵
۱۵	در بین اعداد طبیعی ۱ تا ۲۰۰ ($1 \leq n \leq 200$) چند عدد وجود دارد که بر ۴ بخش پذیر باشند ولی بر ۷ بخش پذیر نباشند؟	۱/۵
۱۶	حداقل چند نفر در یک سالن ورزشی مشغول تماشای مسابقه کشتی باشند تا مطمئن باشیم لااقل ۲۰ نفر از آن ها روز تولدشان در هفته، یکسان است؟	۰/۷۵
	"موفق باشید"	جمع نمره ۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۷			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۰				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			
ردیف		راهنمای تصحیح					نمره
۱	فرض کنیم r یک عدد گویا و x یک عدد گنگ است. نشان می‌دهیم که $r+x$ یک عدد گنگ است. فرض خلف: فرض کنیم $r+x$ گویا باشد. $(۰/۲۵)$ می‌دانیم تفاضل دو عدد گویا عددی گویا است. پس $(۰/۲۵) r+x-r \in \mathbb{Q}$ یعنی $x \in \mathbb{Q}$ $(۰/۲۵)$ و این با فرض گنگ بودن x تناقض دارد. پس فرض خلف باطل و حکم اثبات می‌شود. $(۰/۲۵)$ (مثال صفحه ۵)						۱
۲	الف) درست $(۰/۲۵)$ (تمرین ۸ صفحه ۱۶) پ) درست $(۰/۲۵)$ (تمرین ۶ صفحه ۲۹) ب) نادرست $(۰/۲۵)$ (کار در کلاس صفحه ۱۳) ت) نادرست $(۰/۲۵)$ (تعریف صفحه ۲۴)						۱
۳	$(۰/۲۵) \Rightarrow a 27-20 \Rightarrow a 7 \xrightarrow{a>1} a=7 \Rightarrow a \in P$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵) \Rightarrow a 9(5k+3)-5(9k+4) \Rightarrow a 9(5k+3)-45k-20$ (مشابه مثال صفحه ۱۲)						۱
۴	طبق الگوریتم تقسیم داریم: $a=3k$ که بر ۳ بخش‌پذیر است. $(۰/۲۵)$ یا $(۰/۲۵) \Rightarrow a+2=3(k+1) \Rightarrow a=3k+1$ $(۰/۲۵)$ یا $(۰/۲۵) \Rightarrow a+4=3(k+2) \Rightarrow a=3k+2$ $(۰/۲۵)$ که در هر دو مورد بر ۳ بخش‌پذیر هستند. $(۰/۲۵)$ (مشابه سوال ۲ صفحه ۱۵)						۱/۵
۵	$(۰/۲۵) \Rightarrow r=4$ $(۰/۲۵) \Rightarrow 9a+6 \equiv 24 \equiv 4 \pmod{10} \Rightarrow a \equiv 2 \pmod{10}$ $(۰/۲۵) \Rightarrow 4a-7 \equiv 3a-5 \pmod{10}$ (سوال ۱۰ صفحه ۲۹)						۱
۶	$(۰/۲۵) \Rightarrow 5x+2(5k+4)=18 \Rightarrow 5x=18-2(5k+4) \Rightarrow 5x=18-10k-8 \Rightarrow 5x=10-10k \Rightarrow x=2-2k$ $(۰/۲۵)$ (مشابه سوال ۱۲ صفحه ۲۹)						۱/۵
۷	الف) $abgc$ $(۰/۵)$ (تعریف مسیر صفحه ۳۸) ب) $bcdgb$ $(۰/۵)$ (تعریف دور صفحه ۳۸) پ) ۵ $(۰/۲۵)$ (مسئله صفحه ۳۸) ت) خیر $(۰/۲۵)$ زیرا دارای رأس ایزوله است هیچ مسیری به سایر رئوس وجود ندارد. $(۰/۵)$ (تعریف گراف همبند صفحه ۳۹) ث) $N_G(f)=\{\}$ $(۰/۲۵)$ (مشابه مثال صفحه ۳۶)						۲/۲۵
۸	$(۰/۲۵) \Rightarrow p=6$ $(۰/۲۵) \Rightarrow \frac{3p}{2}=2p-3 \Rightarrow 3p=4p-6 \Rightarrow p=6$ $(۰/۲۵)$ به یکی از دو گراف زیر $(۰/۵)$ داده شود.  (مفهوم گراف منتظم صفحه ۳۵ و مشابه سوال ۶ صفحه ۴۲)						۱/۲۵
۹	طبق قضیه داریم $\gamma(G) \leq 2$ $(۰/۵)$. $\left\lfloor \frac{7}{4+1} \right\rfloor = 1$ $(۰/۵)$ از طرفی مجموعه $D=\{b,e\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. $(۰/۵)$ لذا $\gamma(G) \leq 2$ $(۰/۲۵)$. بنابراین $\gamma(G)=2$ $(۰/۲۵)$ (مشابه فعالیت صفحه ۵۰)						۱/۵
۱۰	$D=\{a,e,c,h\}$ (۱) (در صورتی که مجموعه‌های مشابه که ویژگی مسئله را داشت، نوشتند، نمره داده شود.) (مشابه سوال ۴ کار در کلاس صفحه ۴۶)						۱
۱۱	در صورتی که جواب را به فرم $\frac{20!}{5! \times 5! \times 5! \times 5!}$ هم نوشتند، نمره داده شود. (مثال صفحه ۵۹) $\binom{20}{5} \binom{15}{5} \binom{10}{5} \binom{5}{5}$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵)$						۱
۱۲	الف) $6! \times 2!$ $(۰/۵)$ ب) $2! \times 5!$ $(۰/۵)$ (مشابه مثال صفحه ۵۷)						۱
ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم							

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه															
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۷																	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۰				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir																	
ردیف		راهنمای تصحیح						نمره													
۱۳		$y_1 = x_1 - 3, y_1 \geq 0$ (۰/۲۵) , $y_4 = x_4 - 4, y_4 \geq 0$ (۰/۲۵) $y_1 + 3 + x_7 + x_7 + y_4 + 4 + x_5 = 15$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y_1 + x_7 + x_7 + y_4 + x_5 = 8$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \mathcal{C} = \begin{pmatrix} 12 \\ 4 \end{pmatrix}$ (۰/۵) (مشابه سوال ۹ صفحه ۷۱)						۱/۵													
۱۴		(الف) دو نوع مربع لاتین مرتبه ۲ داریم. (ب) <table><tr><td>۱۲</td><td>۲۱</td></tr><tr><td>۲۱</td><td>۱۲</td></tr></table> (۰/۲۵) متعامد نیستند. (۰/۲۵) زیرا در مربع بالاعداد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۲۵) (سوال ۲ کار در کلاس صفحه ۶۶) <table><tr><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>۲</td><td>۱</td></tr></table> (۰/۲۵) <table><tr><td>۲</td><td>۱</td></tr><tr><td>۱</td><td>۲</td></tr></table> (۰/۲۵)						۱۲	۲۱	۲۱	۱۲	۱	۲	۲	۱	۲	۱	۱	۲	۱/۲۵	
۱۲	۲۱																				
۲۱	۱۲																				
۱	۲																				
۲	۱																				
۲	۱																				
۱	۲																				
۱۵		$A = \{1 \leq n \leq 200 n = 4k\}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow A = \left\lfloor \frac{200}{4} \right\rfloor = 50$ (۰/۲۵) , $B = \{1 \leq n \leq 200 n = 7k\}$ (۰/۲۵) $A \cap B = \{1 \leq n \leq 200 n = 28k\} \Rightarrow A \cap B = \left\lfloor \frac{200}{28} \right\rfloor = 7$ (۰/۲۵) $ A \cap B' = A - A \cap B $ (۰/۲۵) $= 50 - 7 = 43$ (۰/۲۵) (سوال ۲ صفحه ۸۳)						۱/۵													
۱۶		$k+1=20 \Rightarrow k=19$ (۰/۲۵) , $\underbrace{kn+1}_{(۰/۲۵)} = 19 \times 7 + 1 = 134$ (۰/۲۵) (مشابه مثال صفحه ۸۲)						۰/۷۵													
		جمع نمره						۲۰													

«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»