



الف

A

کنکور ۱۴۰۰



۲۲

A

پاسخنامه ماز

کنکور تجربی

درس: ریاضی

فاروق منوچهری

تهیه شده توسط:

ماز پر مخاطب ترین برگزار کننده آزمون های آزمایشی آنلاین
در کشور و تنها موسسه ای است که
مطابقت مستندی با کنکور سراسری ارائه می کند.



اشتراک الماس ماز

بهترین انتخاب برای کنکور ۱۴۰۱
اولین و آخرین خرید سال کنکور
با خرید این اشتراک تمامی محصولات ماز برای شما فعال می‌شود
(آزمون - کلاس - همایش - پروژه جمع‌بندی - نکته و تست - دوپینگ)

<https://liink.ir/6bf2>

۰۲۱۷۴۲۸۵

۰۷۱۳۲۲۷۱۸۸۴

۰۷۱۳۲۲۷۱۹۸۷

برای شرکت در آزمون‌های ماز و مشابهت مطابقت ماز با کنکورهای سراسری روی لینک زیر کلیک کنید. 😊

www.biomazeedu.ir

سوال ۱۲۶:

$$(a^2+b^2-2ab)^2(a^2+b^2+2ab)^2 \stackrel{\text{احاطه مزدوج}}{=} ((a^2+b^2)^2 - (2ab)^2)^2 = (a^4+b^4-2a^2b^2)^2$$

$$\stackrel{a^2+b^2+2ab}{a^4+b^4+2a^2b^2}$$

$$\frac{a=\sqrt{\sqrt{4}-2}}{b=\sqrt{\sqrt{4}+2}} \left(\sqrt{4}-2 + \sqrt{4}+2 - 2\sqrt{\frac{(\sqrt{4}-2)(\sqrt{4}+2)}{2}} \right)^2 = (2\sqrt{4} - 2\sqrt{2})^2 = \frac{2^4+2}{32} - \frac{4\sqrt{2}}{16\sqrt{2}} = 14(2-\sqrt{2})$$

پاسخ: گزینه ۲

تحلیل: یک سوال ساده اما کم وقت گیر بود. اگر دانش آموزان با دقت و صبر سوال را حل می کردند رسیدن به جواب امکان پذیر بود، البته می توان در حل سوال ایده هایی مانند تبدیل عبارت ها و اولیه به مربع کامل را نیز بکار برد. نکته این سوال را در سال ۹۵ در رشته ریاضی می توان یافت کشتان مهر همدکنده امسال از سبب های رشته ریاضی الگو گرفته است.

سوال ۱۲۷:

$$\left(\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + 1 \right) (\sqrt[3]{x^2} - 1) = 2\sqrt[3]{x} \xrightarrow{\text{طرفین در } \sqrt[3]{x^2} \text{ ضرب شود}} \left(x\sqrt[3]{x} + 1 + \sqrt[3]{x^2} \right) (\sqrt[3]{x^2} - 1) = 2x$$

$$x^2 + \sqrt[3]{x^2} + x\sqrt[3]{x} - x\sqrt[3]{x} - 1 - \sqrt[3]{x^2} = 2x \rightarrow x^2 - 1 = 2x \rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \rightarrow S = x_1 + x_2 = 2$$

پاسخ: گزینه ۲

تحلیل: یک سوال به ظاهر ترسناک که در واقعیت فقط با ساده سازی سوال درست می آید و مشابه این سوال در سال ۹۴ بار هم در رشته ریاضی طرح شده بود که در آنجا ضرب ریشه ها را می خواست.

سوال ۱۲۸:

$$x = \omega - x^2 \Rightarrow x^2 + x - \omega = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = x_1 + x_2 = -1 \\ P = x_1 \times x_2 = -\omega \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha = \frac{1}{(x_1+1)^3} \\ \beta = \frac{1}{(x_2+1)^3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \alpha \times \beta = \frac{1}{(x_1+1)^3} \times \frac{1}{(x_2+1)^3} = \frac{1}{((x_1+1)(x_2+1))^3} = \frac{1}{(x_1x_2 + x_1 + x_2 + 1)^3} = \frac{1}{(-\omega)^3} = \frac{-1}{12\omega} \\ \alpha + \beta = \frac{1}{(x_1+1)^3} + \frac{1}{(x_2+1)^3} = \frac{(x_1+1)^3 + (x_2+1)^3}{(x_1+1)^3(x_2+1)^3} \stackrel{\text{جواب ویر}}{=} \frac{(x_1+1)^3 + (x_2+1)^3}{(x_1+1)^3(x_2+1)^3}$$

ارمه در صفحه بعدی

راه سوال ۱۲۸:
$$\frac{(x_1+1+x_2+1)((x_1+1)^2+(x_2+1)^2-(x_1+1)(x_2+1))}{-125} = \frac{(s+2)(x_1^2+x_2^2+x_1+x_2-x_1x_2+1)}{-125}$$
 $\alpha+\beta$ ارامه $\alpha+\beta$ صورت = حاق و لاغ

$$\frac{x_1^2+x_2^2=s^2-2p}{-125} \Rightarrow x^2-sx+p=0 \Rightarrow x+\frac{14}{125}x-\frac{1}{125}=0 \Rightarrow 125x^2+14x=1$$

پاسخ: گزینه ۱

تحلیل: سوال وقت شری بود ولی مشابه آن در کنکورهای قبلی مطرح شده بود اما با توجه به محدود بودن زمان کنکور می توان گفت سوال سخت بوده است. مشابه این سوال را در سال ۹۲ رشته ریاضی و همچنین ۹۰ رشته ریاضی داشته ایم

سوال ۱۲۹:
$$P\left(\frac{\pi}{36}\right) = 14 \cos^2\left(\frac{\pi}{36}\right) \cos^2\left(\frac{2\pi}{36}\right) \cos^2\left(\frac{4\pi}{36}\right) \cos^2\left(\frac{8\pi}{36}\right) \rightarrow \cos 15^\circ = \cos \frac{\pi}{12} = \frac{1}{2\sqrt{2-\sqrt{3}}}$$
 در صفحه ۴۳ کتاب دوازدهم داریم

$$= 14 \times \left(\frac{1}{2\sqrt{2-\sqrt{3}}}\right)^2 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{14(2-\sqrt{3})} \xrightarrow{\text{گویا شود}} \frac{4+3\sqrt{3}}{14}$$

پاسخ: گزینه ۴

تحلیل: برای حل این سوال می بایست دانش آموز مقادیر نسبت های کلا را بدست می آورد و یا طبق مقادیر بدست آمده در صفحه ۴۳ کتاب دوازدهم آنها را حفظ می کرد. سوال میز این نکته نکته خاصه نداشت اما در صورت خلاق بودن می شد سوال را به روش زیر حل کرد.

روش دوم:
$$P(x) = 14 \cos^2(3x) \cos^2(6x) \cos^2(12x) \cos^2(24x) \xrightarrow{\times \frac{\sin^2(3x)}{\sin^2(3x)}}$$

$$P(x) = \frac{14 \sin^2(3x) \cos^2(3x) \cos^2(6x) \cos^2(12x) \cos^2(24x)}{\sin^2(3x)} \xrightarrow{\text{با استفاده از فرمول } \sin x \cos x = \frac{\sin 2x}{2}} \frac{\sin^2(48x)}{14 \sin^2(3x)}$$

$$P\left(\frac{\pi}{36}\right) = \frac{\sin^2\left(\frac{48\pi}{36}\right)}{14 \sin^2\left(\frac{3\pi}{36}\right)} = \frac{\sin^2\left(\frac{4\pi}{3}\right)}{14 \sin^2\left(\frac{\pi}{12}\right)} = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{14 \times \left(\frac{2-\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \frac{3}{14(2-\sqrt{3})} \xrightarrow{\text{گویا شود}} \frac{4+3\sqrt{3}}{14}$$

سوال ۱۲۰ :

سوال گفته α ربع سوم $\rightarrow$ $\tan \alpha = \frac{4}{3} \rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = -\frac{4}{5} \\ \sin \alpha = -\frac{3}{5} \end{cases}$ و $\begin{cases} \sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha = \frac{24}{25} \\ \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{7}{25} \end{cases}$

$$\frac{\cos(2\alpha - \frac{\pi}{2}) + \cos(\alpha + \pi)}{\cot(2\alpha)} = \frac{\cos(\frac{\pi}{2} - 2\alpha) + \cos(\alpha + \pi)}{\frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}} = \frac{\sin 2\alpha - \cos \alpha}{\frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}} = \frac{\frac{24}{25} + \frac{4}{5}}{\frac{\frac{7}{25}}{\frac{24}{25}}} = \frac{+1.56}{1.56}$$

پاسخ: گزینه ۲

تحلیل: یک سوال به ظاهر ساده ولی دارای ریزه کاری که بظن دانش آموزانی که مثلث مطرح بالا را قبلاً کار کرده باشند حل این سوال به مشکل خاصی برنخورند.

سوال ۱۳۱: $\cos^2 x - \sin^2 x \cos^3 x = 1 \Rightarrow 1 - \sin^2 x - \sin^2 x \cos^3 x = 1 \Rightarrow -\sin^2 x(1 + \cos^3 x) = 0$

$$\begin{cases} -\sin^2 x = 0 \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} \boxed{x=0}, \boxed{x=\pi}, \boxed{x=2\pi} \\ 1 + \cos^3 x = 0 \Rightarrow \cos^3 x = -1 = \cos \pi \Rightarrow 3x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi + \pi}{3} \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} \begin{cases} \boxed{x = +\frac{\pi}{3}} \\ \boxed{x = \pi} \\ \boxed{x = \frac{5\pi}{3}} \end{cases} \end{cases}$$

پاسخ: گزینه ۳

تحلیل: یک سوال متوسط که درسهای قبل مشابه آن را دیده ایم بطور مثال سوال ۱۲۲ انگور ۹۸ تجربی و سوال معارلات مثلثاتی سال ۹۶ و ۹۲ حتماً از کشور تجربی شبیه این سوال بوده اند.

سوال ۱۳۲:
روش رتبه:

$x = -3 \Rightarrow P(-3) = \frac{\log_4^{10}}{\sqrt{8} + 1}$ جوابی حقیقی خواهد داشت پس باید جزء دامنه باشد پس گزینه های ۲ و ۴ حذف می شوند

$x = 2 \Rightarrow P(2) = \frac{\log_4^0}{\sqrt{3} + 1}$ جواب قابل تعریف نیست پس $x = 2$ جزء دامنه نخواهد بود پس گزینه ۳ نیز حذف می شود

پاسخ: گزینه ۱

تحلیل:

سوال ۱۳۲ برای دانش آموزانی که رتبه را بلد هستند می تواند سوالی بدون سارده محسوب شود اما اگر کسی در نظر بگیریم سوال متوسط بوده که در سال ۹۵ رتبه ریاضی و خارج تجربی مساباکی یافت می شود.

سوال ۱۳۲:

حل طبق نکات کتاب درسی:

$$D_F = \begin{cases} \textcircled{1} x^2 - x - 2 > 0 \Rightarrow \begin{array}{c|c|c|c} x & -1 & 2 & \\ \hline & + & - & + \end{array} \\ \text{اشتراک} & x \in (-\infty, -1) \cup (2, +\infty) \\ \textcircled{2} x^2 - 1 > 0 \Rightarrow x^2 > 1 \Rightarrow x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \\ \text{اشتراک} & \\ \textcircled{3} \sqrt{x^2 - 1} + 1 \neq 0 \Rightarrow \sqrt{x^2 - 1} \neq -1 & \text{رادیکال همواره مثبت است پس عبارت همواره برقرار است.} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \cap \textcircled{2} \cap \textcircled{3} = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

سوال ۱۳۳:

$$-\frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{2} \xrightarrow{x^3} -\frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{3}{4} \leq x < -1 \Rightarrow y = 2|-2|-1 = 3 \\ -1 \leq x < 0 \Rightarrow y = 2|-1|-1 = 1 \\ 0 \leq x < 1 \Rightarrow y = 2|0|-1 = -1 \\ 1 \leq x < \frac{3}{2} \Rightarrow y = 2|1|-1 = 1 \end{cases}$$

۴

پاسخ: گزینه ۲

تحلیل: با کمی تمرین و حل سوالات ۷، ۸، صفحه ۵۶ کتاب یا زره هم این سوال به سادگی قابل حل بود.

سوال ۱۳۴:

برای یافتن نقطه تلاقی $\sqrt{2y} = \sqrt{y+3} - \sqrt{y-3}$
 باید دو تابع را برابر قرار دهیم
 $\begin{cases} 2y = x^2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2y} \\ x = \sqrt{y+3} - \sqrt{y-3} \end{cases}$
 دقت کنید در تابع دوم چون $\sqrt{y+3}$ و $\sqrt{y-3}$ شتر می شود پس مقدار x همواره مثبت است و در تابع اول $x = +\sqrt{2y}$ را در نظر می گیریم.

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} 2y = y+3 + y-3 - 2\sqrt{y^2-9} \Rightarrow 2\sqrt{y^2-9} = 0 \Rightarrow y^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} y=3 \\ y=-3 \end{cases}$$

آنگاه $y=3$ باشد تابع دوم تعریف نمی شود.

$$\xrightarrow{y=3} y=x^2 \Rightarrow \begin{cases} x=\sqrt{6} \\ x=-\sqrt{6} \end{cases} \xrightarrow{\text{فاصله } (\sqrt{6}, 3) \text{ از } (0,0)} R = \sqrt{(\sqrt{6}-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{15}$$

پاسخ: گزینه ۴

تحلیل: مشابه این سوال در سال ۹۹ خارج کشور تجربی در سوال ۱۳۲ ببینیم با این تفاوت که سوال بالا با حل آن جواب بدست می آید.

در سوال می توانیم با توان گرفتن از معادله دوم $x^2 = y+3 + y-3 - 2\sqrt{y^2-9}$ را بدست آوریم و معادله اول را در این معادله جایگزین کنیم پس y را بدست آوریم.

سوال ۱۳۵:

$$\frac{3^x + 3 \times 3^x + 3^2 \times 3^x + 3^3 \times 3^x + 3^4 \times 3^x + 3^5 \times 3^x}{2^x \times 2^x + 2^x \times 2^x + 2^0 \times 2^x + 2^1 \times 2^x + 2^2 \times 2^x + 2^3 \times 2^x} = 5^2 \Rightarrow \frac{3^x(3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5)}{2^x(2^{-2} + 2^{-1} + 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3)} = 13 \times 4$$

پس برای آنکه معادله برقرار باشد باید 2^x با ۴ و 3^x با ۹ ساده شود پس $x=2$

$$\frac{3^x \times 3^6}{2^x \times \frac{4^6}{4}} = \frac{3^x \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{2^x \times 4 \times 9} = 13 \times 4 \Rightarrow \textcircled{5}$$

ارائه سوال ۱۳۵:

پاسخ: گزینه ۲

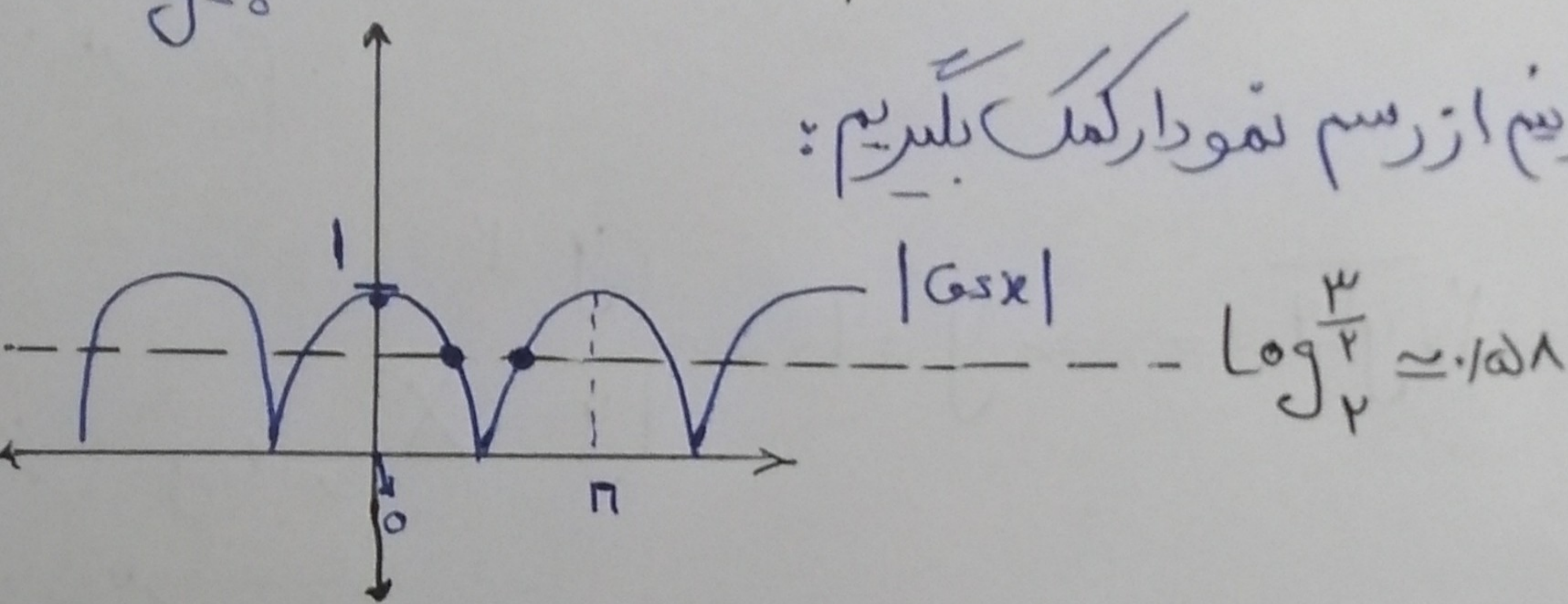
تحلیل: یک سوال ترکیبی و جانبی که معادلات نمایی و مجموعه جملات دنباله هندسی را باهم ترکیب کرده بود البته این سوال بدون اطلاعات دنباله هندسی نیز می توانست حل شود اما محاسبات زمانبر می شد.

سوال ۱۳۶: $y = 2^{| \sin x |}$ به سمت x های مثبت $\frac{\pi}{2}$ به سمت y های منفی $\frac{3}{2}$

$$y = 2^{| \sin(x - \frac{\pi}{2}) |} - \frac{3}{2} = 2 - \frac{3}{2} = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

چون سوال تعداد نقاط مورد را می خواهد پس می توانیم از رسم نمودار کمک بگیریم:

$$0 = 2^{| \cos x |} - \frac{3}{2} \Rightarrow 2^{| \cos x |} = \frac{3}{2} \Rightarrow \log_2 \frac{3}{2} = | \cos x |$$



در بازه $[0, \pi]$ فقط دو نقطه برخورد داریم.

پاسخ: گزینه ۳

تحلیل: رسم و انتقال نمودار چند سال است در تئور سراسر بهرت مورد سوال است پس به دانش آموز توصیه می شود بهت روی این تیپ سوالات تمرکز کند. این سوال هر چند مشابه سالهای گذشته بود اما رسم و حل آن دشوار بود.

سوال ۱۳۷: $\log_x y - 2 \log_y x = 1 \Rightarrow \log_x y - \frac{2}{\log_x y} = 1 \xrightarrow{\log_x y = t} t - \frac{2}{t} = 1$

چون در سوال داریم x, y پس این حالت پیش خواهد آمد.

$$\begin{cases} t = -1 \rightarrow \log_x y = -1 \Rightarrow y = x^{-1} = \frac{1}{x} \\ t = 2 \rightarrow \log_x y = 2 \Rightarrow y = x^2 \end{cases}$$

پاسخ: گزینه ۱

روش دوم حل سوال ۱۳۷:

یاد رفتن گرفتن $x=4$ و $y=4$ داریم $\Leftarrow$

پس فقط گزینه ۱ می تواند گزینه مطلوب باشد.

$$\Rightarrow \log_2^4 - 2\log_2^2 = 1 \Rightarrow 2 - 2\left(\frac{1}{2}\right) = 1 \checkmark$$

تحلیل: یک سوال ترکیبی و چالاک از معادلات لگاریتمی که در سالهای گذشته مشابه آن را داشتیم.

سوال ۱۳۸:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \left(\sqrt{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x}} - \sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2+1}} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \left(\sqrt{\frac{2x+1}{x(x+1)}} - \sqrt{\frac{1}{x^2(x^2+1)}} \right)$$

هم ارزی توان برگ

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \left(\frac{\sqrt{2x}}{\sqrt{x^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2}} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{2}x}{|x|} - \frac{\sqrt{x}}{x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{2}x}{x} - \frac{1}{x\sqrt{x}} \right) = \sqrt{2} - 0 = \sqrt{2}$$

پاسخ: گزینه ۲

تحلیل: یک سوال ترکیبی و نوین که به روش زیرین حل می شود:

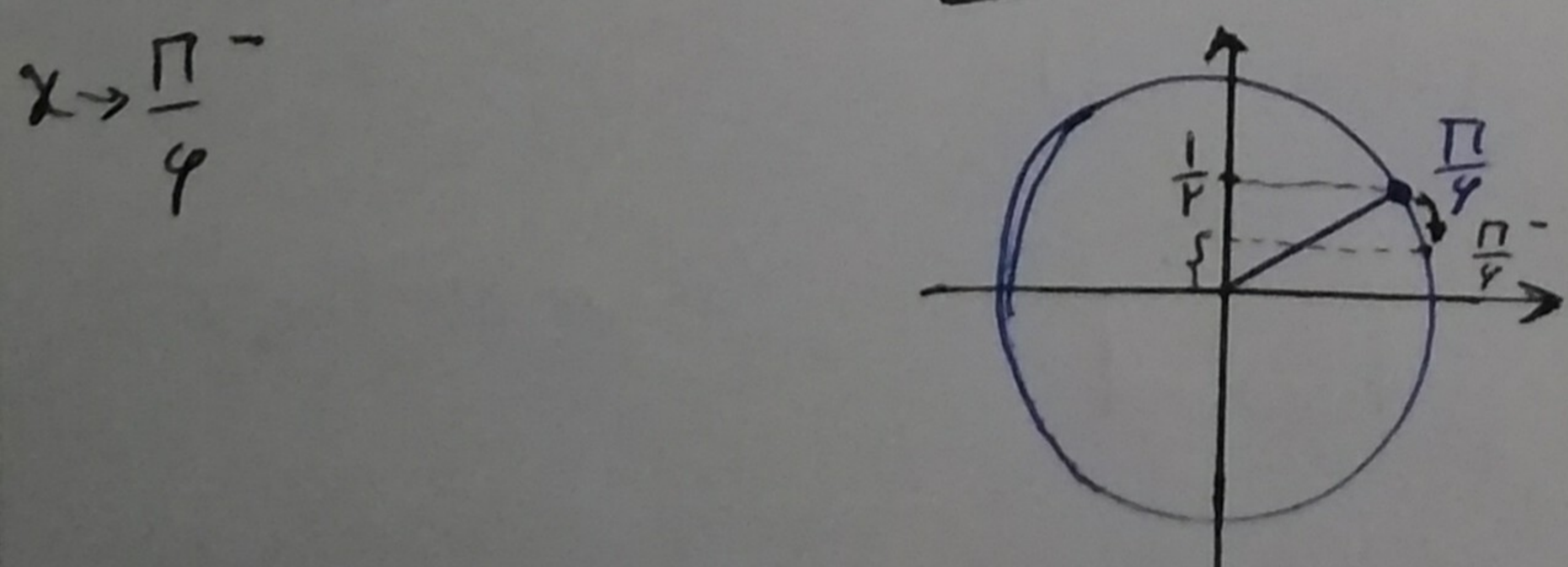
هم ارزی توان برگ

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \left(\sqrt{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x}} - \sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2+1}} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{\frac{x}{x+1} + \frac{x}{x}} - \sqrt{\frac{x}{x^2} - \frac{x}{x^2+1}} \right) =$$

$$= (\sqrt{1+1} - \sqrt{0-0}) = \sqrt{2}$$

سوال ۱۳۹:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}^-} [2\sin x - 1] = [2\sin(\frac{\pi}{6}^-) - 1] = [2 \times (\frac{1}{2}^-) - 1] = [1^- - 1] = [0^-] = -1$$



پاسخ: گزینه ۱

تحلیل: یک سوال ساده!

واقعاً در نگار ۱۴۰۰ با طرح این سوال می توانیم بگوییم سوال ساده پیدا می شد!

سوال ۱۴۰:

$$y = 2 + \sqrt{x-1} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به } x=y \text{ وارون}} y-2 = \sqrt{x-1} \xrightarrow{\text{توان ۲}} (y-2)^2 = x-1$$

$$\Rightarrow (y-2)^2 + 1 = x \xrightarrow{\text{جای } x \text{ عوض شود}} y = (x-2)^2 + 1 \xrightarrow{\substack{\text{۲ واحد در جهت } x \text{ ها} \\ \text{۳ واحد در جهت } y \text{ ها}}} y = (x-2-2)^2 + 1-3$$

$$g(x) = (x-4)^2 - 2 \Rightarrow g(4) = (4-4)^2 - 2 = -2$$

پاسخ: گزینه ۳

تحلیل: یک سوال طولانی و زمانبر که روش حل آن به ذهن می رسد ولی حل آن به صرفه نبود.
مسابه تابع داده شده در سال ۹۲ رشته تجربی مطرح شده بود.

روش دوم:

$$g(x) = f^{-1}(x-2) - 3$$

اگر وارون تابع f را f^{-1} در نظر بگیریم و آنرا فقط انتقال دهیم داریم:

$$\Rightarrow g(4) = f^{-1}(2) - 3$$

$$\boxed{x=1} \text{ حال کافیست } f(1) \text{ را بیابیم که حاصل } 2 + \sqrt{x-1} = 2 \text{ داریم}$$

$$\Rightarrow g(4) = 1-3 = -2$$

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = \begin{cases} 1 & 1-x^2 > 0 \\ 0 & 1-x^2 = 0 \\ -1 & 1-x^2 < 0 \end{cases} \Rightarrow g \circ f(x) = \begin{cases} 1 & x \in (-1, 1) \\ 0 & x = \pm 1 \\ -1 & x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \end{cases}$$

طبق تابع درست آمده کافیست فقط به بررسی نقاط شکستگی ($x = \pm 1$) بپردازیم و تابع در دیگر نقاط پیوسته است.

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} g \circ f(x) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} g \circ f(x) = -1 \\ g \circ f(1) = 0 \end{cases}$$

پس در $x=1$
پیوستگی نداریم

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^-} g \circ f(x) = -1 \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} g \circ f(x) = 1 \\ g \circ f(-1) = 0 \end{cases}$$

پس در $x=-1$ نیز
پیوستگی نداریم

ادامه سوال ۱۴۱:

پاسخ: گزینه ۳

تحلیل: یک تب جدید و سوالی ترکیبی و جالب که ذهن دانش آموز را هدف گرفته بود.

سوال ۱۴۲:

برای سادگی حل سوال می توان $t = x^2 - 1$ را در نظر گرفت و داریم:

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1} \xrightarrow{t = x^2 - 1}$$

$$f(x) = \frac{t+1}{t} |t-3| = \pm \left(\frac{t+1}{t} \times (t-3) \right) = \pm \left(\frac{t^2 - 2t - 3}{t} \right) = \pm \left(t - 2 - \frac{3}{t} \right)$$

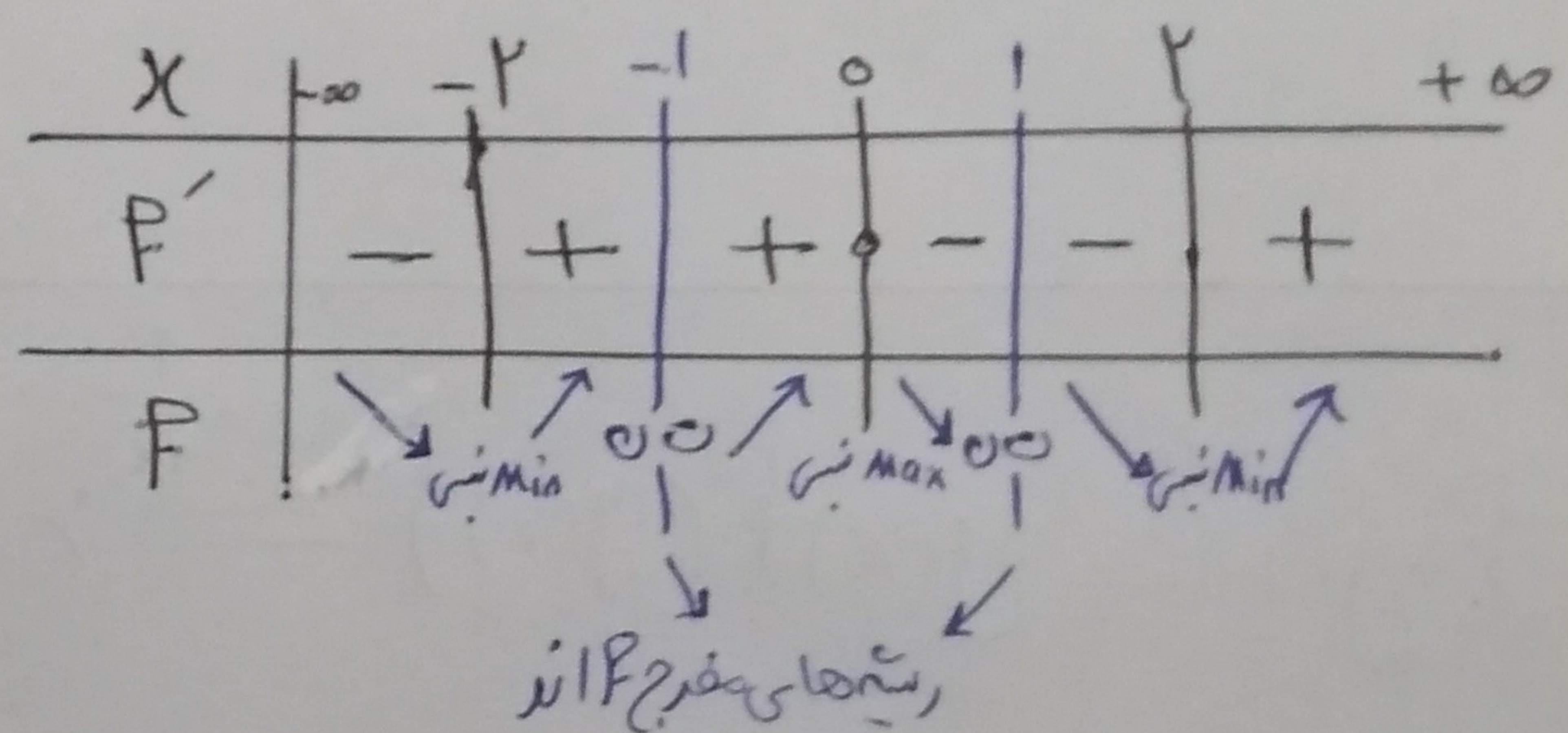
$$f(x) = \pm \left(x^2 - 1 - 2 - \frac{3}{x^2 - 1} \right) = \pm \left(x^2 - 3 - \frac{3}{x^2 - 1} \right)$$

می داریم ریشه های ساده داخل قدر مطلق نقاط بحرانی اند پس $x = \pm 2$ نقاط بحرانی اند و کافیست از f مشتق بگیریم:

$$f'(x) = \pm \left(2x + \frac{3(2x)}{(x^2 - 1)^2} \right) \Rightarrow \pm 2x \left(1 + \frac{3}{(x^2 - 1)^2} \right) = 0$$

$$\pm 2x = 0 \Rightarrow \boxed{x = 0}$$

همواره مثبت است و صفر نمی شود $1 + \frac{3}{(x^2 - 1)^2}$



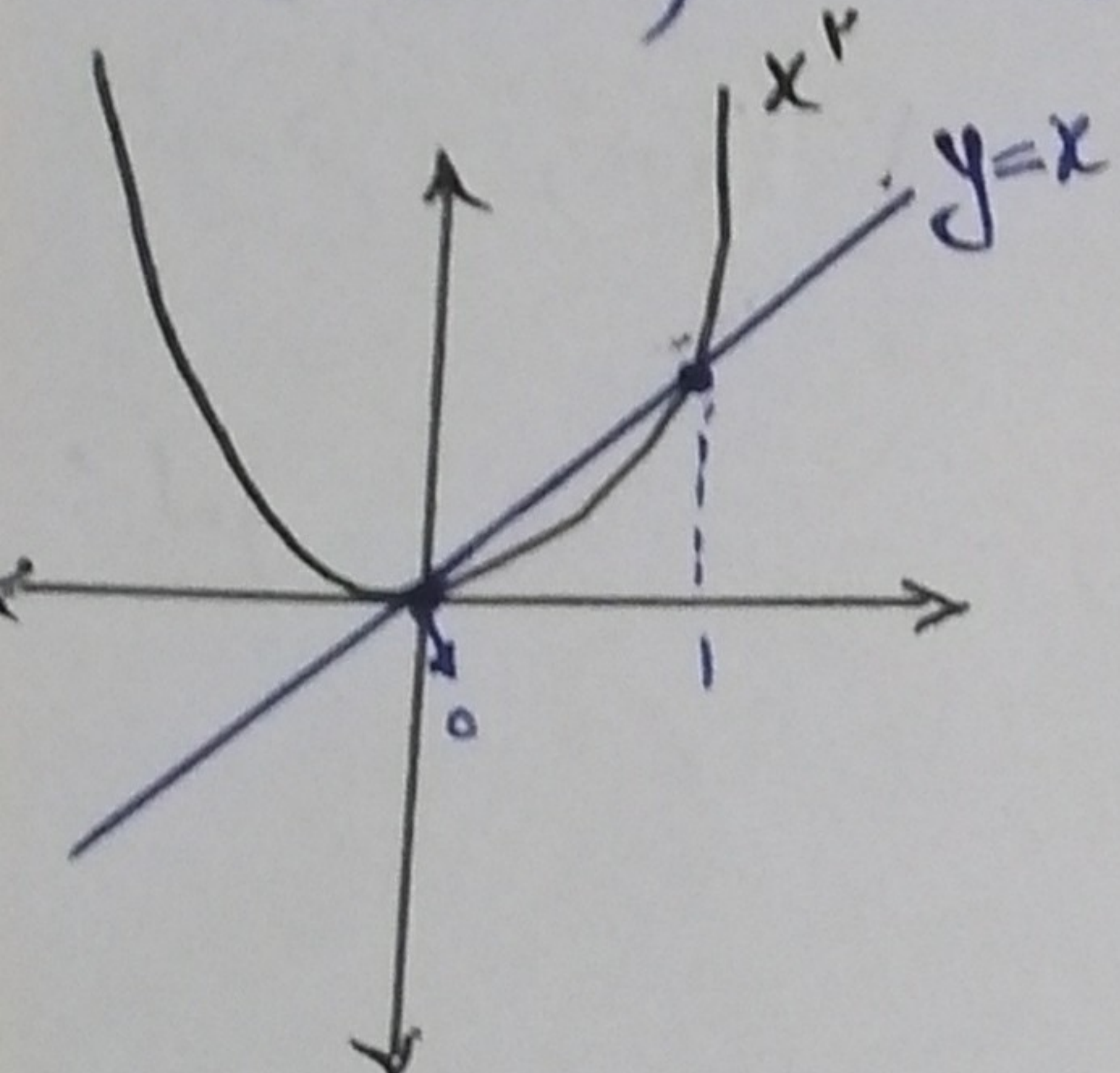
پاسخ: گزینه ۲

تحلیل: سوالی زمانبر و سخت که حل آن در بازه زمانی ۹۸ ثانیه به صرفه نیست مگر آنکه دانش آموز

تسلط خوبی بر روی کاربرد مشتق داشته باشد. در ۹۸ ثانیه تابعی مشابه این تابع طرح شده بود (سوال

۱۵۰ تجربی داخل) اما آن سوال به سادگی قابل رسم بود.

سوال ۱۴۳: طول نقطه A را اگر x در نظر بگیریم داریم: $A(x, x^2) \xrightarrow{قرینه نسبت به y=x} (x^2, x) \Rightarrow A'(x^2, x)$



طبق سوال طول نقطه A بین دو نقطه تقاطع P و $y=x$ است پس $0 < x < 1$

طول AA' برابر خواهد بود با $AA' = \sqrt{(x^2 - x)^2 + (x - x^2)^2} = \sqrt{2(x^2 - x)^2} = \sqrt{2}|x^2 - x|$

$(- (x^2 - x))^2 = (x^2 - x)^2$

حال برای یافتن ماکزیمم فاصله AA' باید از مشتق کمک بگیریم:

$$AA' = \sqrt{2}|x^2 - x| \xrightarrow{0 < x < 1} \sqrt{2}(-x^2 + x) = -\sqrt{2}x^2 + \sqrt{2}x \xrightarrow{\text{مشتق}} -2\sqrt{2}x + \sqrt{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$AA' = \sqrt{2} \left| \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} \right| = \sqrt{2} \left| -\frac{1}{4} \right| = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

پاسخ: $\frac{\sqrt{2}}{4}$

تحلیل: چون بخش بهیسه سازی در رشته تجربی تقریباً حدیث حساب می شود سوالی مشابه آن در تجربی وجود ندارد اما در سوالات رشته ریاضی قبلاً مطرح شده بود پس دانش آموزان به کمک آن استخوان خود باید این تیپ را قبلاً کار می کردند اما در کل سوالی سخت محسوب می شود

سوال ۱۴۴: $F \circ g(x) = g'(x) F'(g(x)) \xrightarrow{x = \frac{3}{\sqrt{8}}} F \circ g\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right) = g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right) F'\left(g\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)\right) \star$

حال کافیست $g\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)$ و $g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)$ را بیابیم:

$$g\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right) = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)^2 - 1}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{8}}} = 2$$

$$g(x) = (x^2 - 1)^{-\frac{1}{4}} \xrightarrow{\text{مشتق}} g'(x) = -\frac{1}{4}(x^2 - 1)^{-\frac{5}{4}}(2x) \xrightarrow{x = \frac{3}{\sqrt{8}}} g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right) = -\frac{1}{4}\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{5}{4}} \left(\frac{6}{\sqrt{8}}\right) = -\frac{14}{\sqrt{2}}$$

$$\star F \circ g\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right) = -\frac{14}{\sqrt{2}} F'(2) = -\frac{14}{\sqrt{2}} \times 44$$

$$F(x) = (x[x^2 + \frac{1}{4}])^2 + 1 \xrightarrow{x=2} F(x) = (x \times 4)^2 + 1 = 16x^2 + 1 \Rightarrow F'(x) = 32x \Rightarrow F'(2) = 64$$

ادامه سوال ۱۴۴ :

$$\xrightarrow{\text{چند برابر}} \frac{\frac{-19 \times 94}{\sqrt{2}}}{\frac{-128\sqrt{2}}{1}} = \frac{19 \times 94}{128 \times 2} = 4$$

پاسخ: گزینه ۴

تحلیل: یک سوال سخت و زمانبر که اعداد آن هم طوری بود که دانش آموزان باید وقت زیادی به خرج می دادند. این سوال تقریباً مشابه سوال ۱۴۱ سال ۹۸ تجربی بود با چاشنی معاسبات بیشتر.

سوال ۱۴۵ :

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c & x \geq k \\ \lambda ax + b & x < k \end{cases}$$

برای آنکه تابع f مشتق پذیر باشد باید در نقطه مرزی ($x=k$)

هم پیوسته و هم مشتق پذیر و است تعریف شد و می باشد پس :

$$\xrightarrow{\text{نیروی}} \begin{cases} \lim_{x \rightarrow k^-} \lambda ax + b = \lambda ak + b \\ \lim_{x \rightarrow k^+} ax^2 + bx + c = ak^2 + bk + c \end{cases} \rightarrow \boxed{ak^2 + bk + c = \lambda ak + b} \quad (1)$$

$$\xrightarrow{\text{مشتق}} \begin{cases} f'(x) \stackrel{k^-}{=} \lambda a \Rightarrow f'(k) = \lambda a \rightarrow \boxed{\lambda ak + b = \lambda a} \quad (2) \\ f'(x) \stackrel{k^+}{=} 2ax + b \Rightarrow f'(k) = 2ak + b \end{cases} \rightarrow \boxed{b = \lambda a - \lambda ak} \quad (3)$$

$$\xrightarrow{\text{طبق سوال } b+c=a} \lambda a - \lambda ak + c = a \Rightarrow \boxed{c = \lambda ak - a} \quad (4)$$

$$\xrightarrow{\text{ترکیب ۱ و ۲}} ak^2 + bk + c = \lambda a = ak^2 + (\lambda a - \lambda ak)k + \lambda ak - a = \lambda a$$

$$\Rightarrow ak^2 - \lambda ak + \lambda a = 0 \Rightarrow a(k^2 - \lambda k + \lambda) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k=1 \times \\ k=3 \checkmark \end{cases}$$

چون بیشترین k را می خواهیم

پاسخ: گزینه ۳

ادامه سوال ۱۴۵:

تحلیل: یک تب بدون عدد و مجهول که جواب آن عدد می‌شود. بله، سوال ۱۴۵ دارای ۴ مجهول بود اما صبر در حل مسائل و طی کل نکات دانش آموز را به جواب درست می‌رساند اما در کل سوال سخت بود.

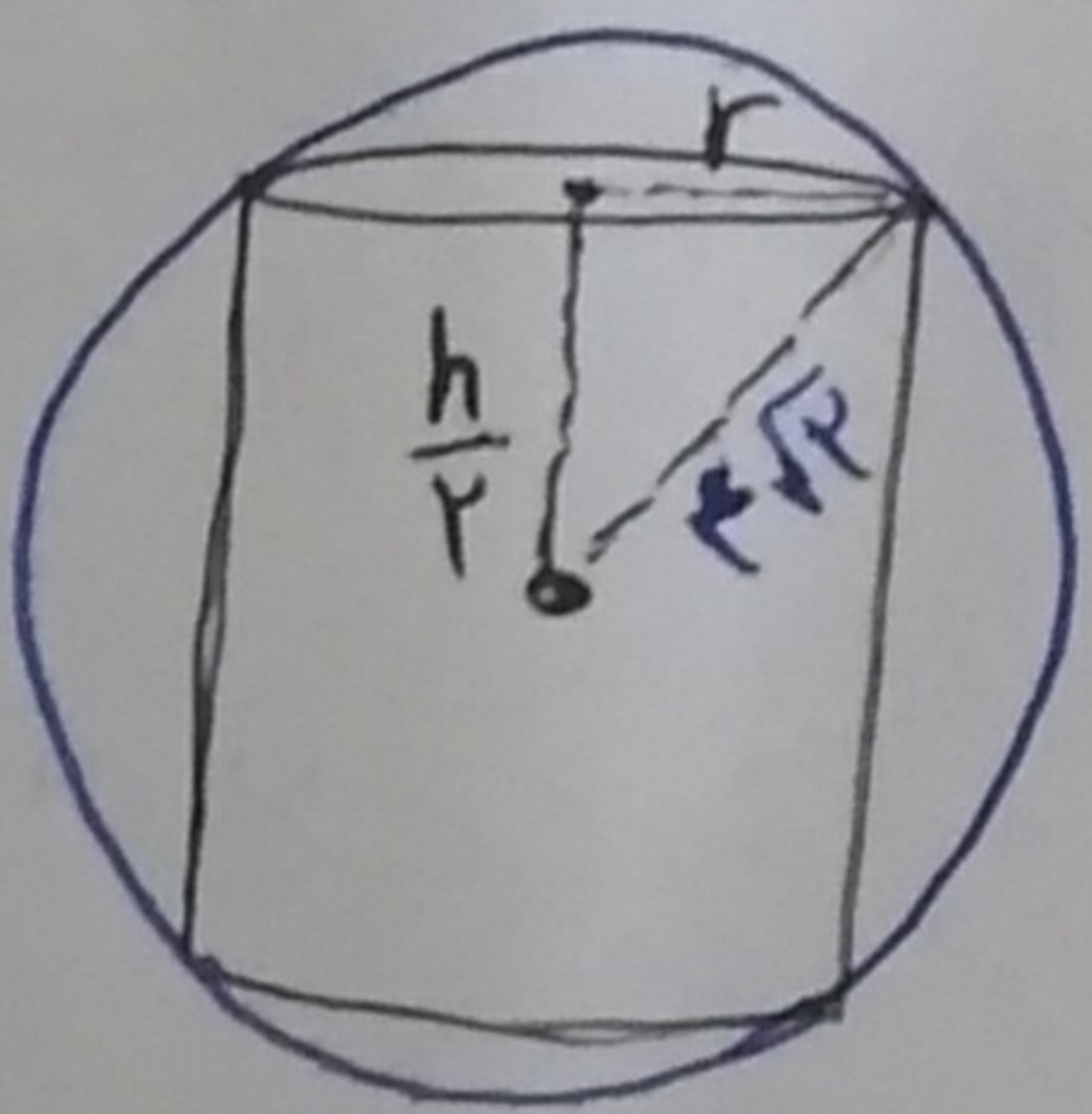
روش دوم: در بخش اول حل سوال برای آنکه پیوستگی و مشتق پذیری را با هم بررسی کنیم می‌توانیم

$$g(k) = g'(k) = g''(k) \Rightarrow \boxed{ak^2 + bk + c} = \boxed{2ak + b} = \boxed{2a}$$

را بررسی کنیم و کم‌کم مراحل ساده‌تر می‌شود.

سوال ۱۴۶:

من رانیم مساحت جانبی یک استوانه $S = 2\pi r h$ خواهد بود و طبق اطلاعات سوال



و با رسم شکل در می‌یابیم: $r^2 + \frac{h^2}{4} = (4\sqrt{2})^2 \Rightarrow r^2 = 32 - \frac{h^2}{4} \Rightarrow r = \sqrt{32 - \frac{h^2}{4}}$ فثاغورث

$$S = 2\pi r h \xrightarrow{r = \sqrt{32 - \frac{h^2}{4}}} 2\pi h \sqrt{32 - \frac{h^2}{4}} \Rightarrow S' = 2\pi \sqrt{32 - \frac{h^2}{4}} + \frac{4\pi h (-\frac{h}{4})}{2\sqrt{32 - \frac{h^2}{4}}} \Rightarrow$$

$$S' = \frac{4\pi(32 - \frac{h^2}{4}) - \pi h^2}{2\sqrt{32 - \frac{h^2}{4}}} = 0 \Rightarrow 4\pi - \pi \frac{h^2}{4} = 0 \Rightarrow \frac{h^2}{4} = 4 \Rightarrow h = 4$$

$$S \xrightarrow{h=4} 2\pi(4)\sqrt{32 - \frac{(4)^2}{4}} = 44\pi$$

پاسخ: گزینه ۲

تحلیل:

سوالی دیگر از بهینه سازی که جای تعجب دارد زیرا طرح ۲ سوال از یک بخش کوچک غیر قابل پیش بینی بود اما طرح شد.

سوال ۱۴۷:

$$P(A) = 0.9 \quad P(A \cap B) = 0.185$$

$$P(B) = 0.9$$

سوال احتمال شرطی را می‌خواهد پس $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.185}{0.9}$ نه با ساده سازی برابر $\frac{17}{18}$ می‌شود.

پاسخ: گزینه ۳-

تحلیل: یک سوال ساده!

سوال ۱۴۸: طبق سوال که (جمع ریشه‌ها) از P (ضرب ریشه‌ها) دو واحد بیشتر است پس:

$$S = P + 2 \Rightarrow \frac{-b}{a} = \frac{-c}{a} + 2 \xrightarrow{\times a} \boxed{+b = +c - 2a}$$

$$\text{if } c=4 \Rightarrow b = 4 - 2a$$

حال با حالت بند c و بررسی a و b جواب‌ها را بیابیم بطور مثال:

حال $a=1$ فقط می‌تواند قابل قبول باشد چون برای $a > 1$ مقدار b منفی می‌شود.

$(a, b, c) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (1, 1, 3) (1, 2, 4) (1, 3, 5) (1, 4, 6) (1, 5, 7) \\ (1, 6, 8) (1, 7, 9) (2, 1, 5) (2, 2, 6) (2, 3, 7) (2, 4, 8) \\ (2, 5, 9) (3, 1, 7) (3, 2, 8) (3, 3, 9) (4, 1, 9) \end{array} \right\}$

پاسخ: گزینه ۳

تحلیل: سوالی ترکیبی رگر با درجه ۲ که نشان می‌دهد طراح امسال بزرگ علاقه‌مند به ترکیب سوالات با تابع درجه ۲ راسته است.

سوال ۱۴۹: می‌دانیم برای دور یک میز نشستن n نفر، $(n-1)!$ حالت داریم ولی سوال گفته است هیچ پایایی کنار هم نباشند پس باید حالت یک در میان باشند چون دو گروه تعداد یکسانی دارند با یکی از گروه‌ها شروع کرده و یک در میان آنها را

$$n(A) = (4-1)! \times 4! = 144$$

می‌چسبیم پس:

پاسخ: گزینه ۱-

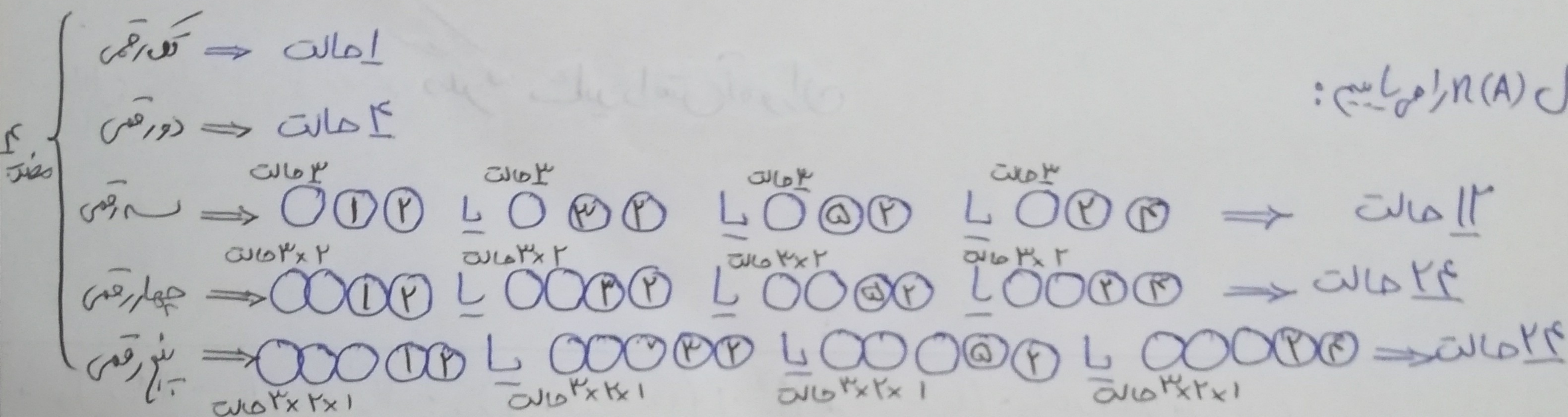
تحلیل: این سوال متأسفانه خارج از کتاب درسی طرح شده است.

سوال ۵۵۱: اگر جواهری عددی بر ۴ بخش پذیر باشد با یکدیگر زوج و مجموع یکان و دو برابر دهگان بر ۴ بخش پذیر باشد

پس اولاً $n(s)$ را می نویسیم:

$$n(s) = \underbrace{۵}_{\text{یک رقمی}} + \underbrace{۲۰}_{\text{دو رقمی}} + \underbrace{۶۰}_{\text{سه رقمی}} + \underbrace{۱۲۰}_{\text{چهار رقمی}} + \underbrace{۱۲۰}_{\text{پنج رقمی}} = ۳۲۵$$

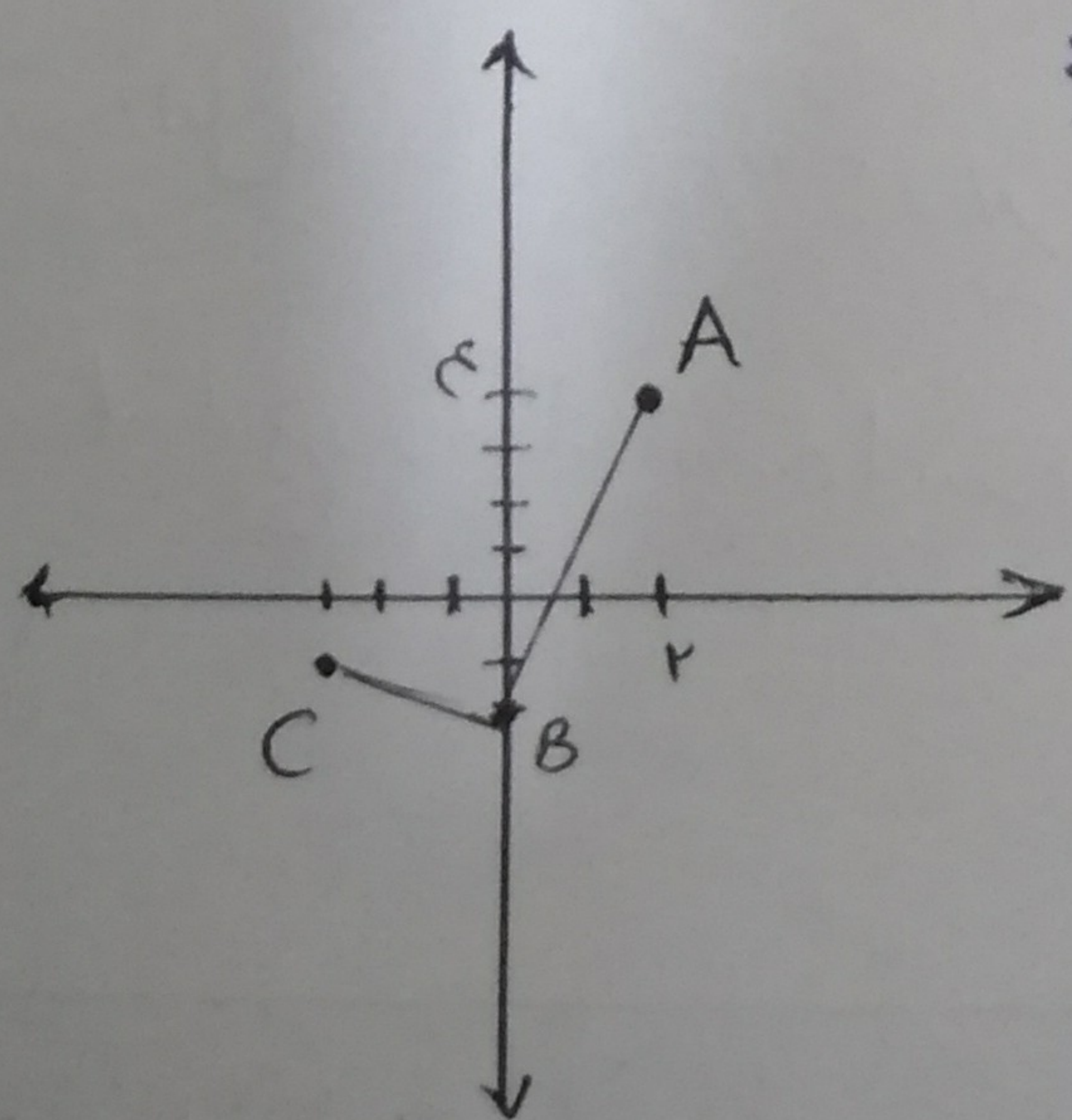
حال $n(A)$ را می یابیم:



تحلیل: جواب سوال بقدر $\frac{1}{۵}$ می شود اما مناسبانه درگزین ما موجود نیست!

سوال ۵۵۱: چون شیب AB را داریم و نقطه A را داریم پس معادله خط AB برابر:

$$y - ۴ = ۳(x - ۲) \Rightarrow y = ۳x - ۲$$



و چون باید مستطیل بسازیم پس خط گذرا از C بر خط AB عمود است یعنی شیبش برابر $-\frac{1}{۳}$ است و چون از C نیز می گذرد معادله آن برابر:

$$y - (-1) = -\frac{1}{۳}(x - ۱) \Rightarrow y = -\frac{x}{۳} - ۲$$

حال کافیت فاصله A از خط BC و فاصله C از خط AB را بدست آوریم تا طول عرض مستطیل بدست آید:

$$x = \frac{|۲ + ۱۲ + ۶|}{\sqrt{۹ + ۱}} = \frac{۲۰}{\sqrt{۱۰}} = ۲\sqrt{۱۰}$$

$$y = \frac{|-۹ + ۱ - ۲|}{\sqrt{۹ + ۱}} = \frac{۱۰}{\sqrt{۱۰}} = \sqrt{۱۰}$$

$$\text{محیط مستطیل} = ۲(x + y) = ۲(۲\sqrt{۱۰} + \sqrt{۱۰}) = ۶\sqrt{۱۰}$$

پاسخ: گزین ۳

روشن دوم حل سوال ۱۵۱:

فرض کنید نقطه $B(x, y)$ باشد و طبق سوال شیب AB برابر ۳ و چون مستطیل داریم شیب BC برابر $-\frac{1}{3}$ خواهد بود و

شیب برابر $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ است پس:

$$\begin{cases} \frac{y-4}{x-2} = 3 \Rightarrow 3x-4=y-4 \Rightarrow 3x-y=2 \Rightarrow \begin{matrix} \text{حل دستگاه} \\ x=0 \\ y=-2 \end{matrix} \\ \frac{y+1}{x+3} = -\frac{1}{3} \Rightarrow 3y+3=-x-3 \Rightarrow 3y+x=-6 \end{cases}$$

طول $AB = \sqrt{(2-0)^2 + (4-(-2))^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

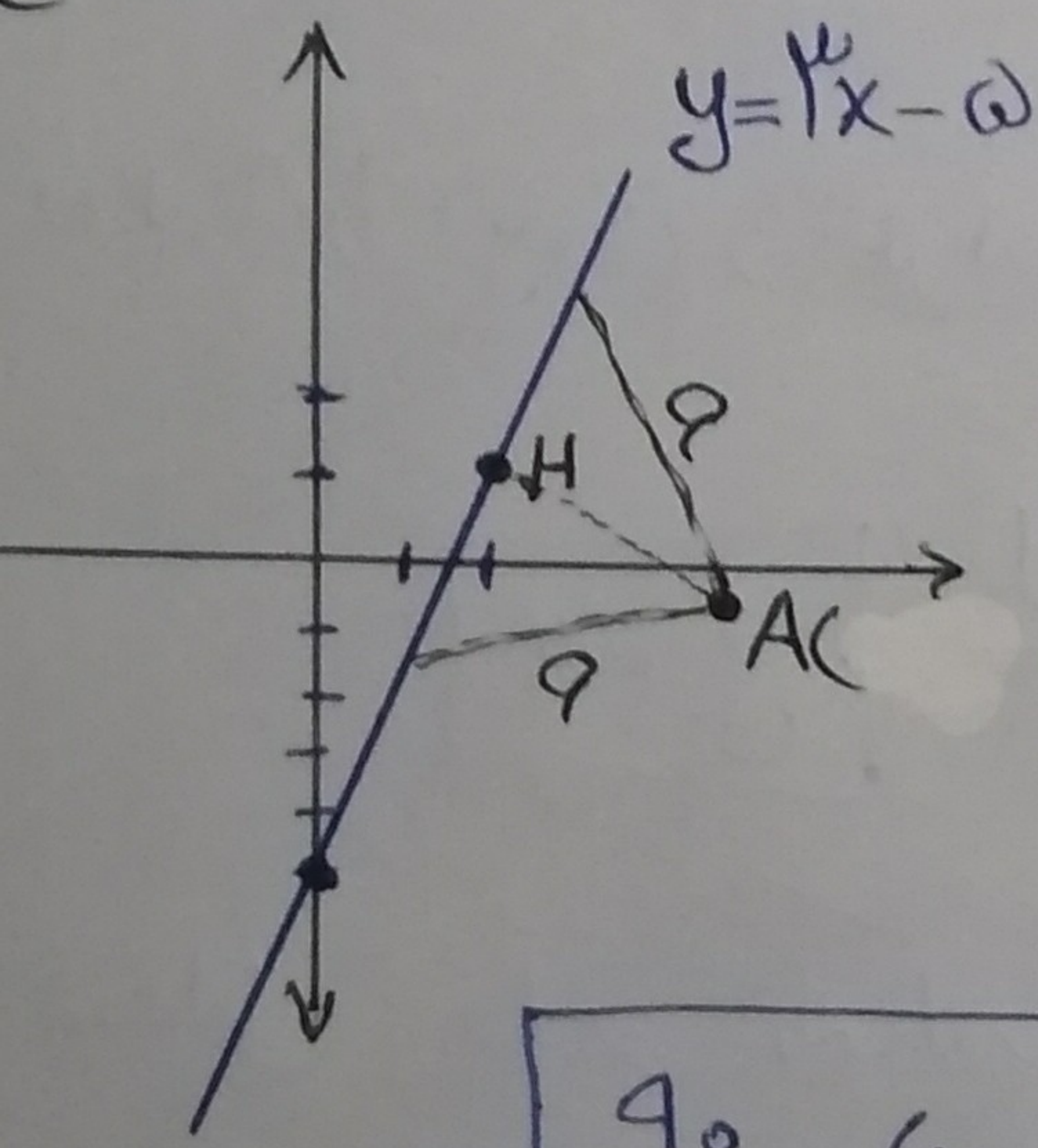
عرض $AC = \sqrt{(-3-0)^2 + (-1-(-2))^2} = \sqrt{10}$

محیط $= 2(2\sqrt{10} + \sqrt{10}) = 6\sqrt{10}$

تحلیل:

این سوال متوسط و قابل حل که در سالهای گذشته بخاطر جدید بودن مبحث نفوذ نداشتیم.

سوال ۱۵۲: معادله خط داده شده $y=3x-5$ است و می‌دانیم $a = \sqrt{30}$



می‌دانیم ارتفاع مثلث متساوی الاضلاع برابر $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ است و ارتفاع $A(x, y)$

$$\begin{cases} AH = \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{30} = \frac{3\sqrt{10}}{2} \\ AH = \sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2} \end{cases}$$

در نظر بگیریم داریم $\frac{3\sqrt{10}}{2} = \sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2}$

$$\Rightarrow \frac{90}{4} = (x-2)^2 + (y-1)^2 \quad (1)$$

از طرفی چون AH بر خط عمود است پس شیب AH باید برابر $-\frac{1}{3}$ باشد:

$$\frac{y-1}{x-2} = -\frac{1}{3} \Rightarrow 3y-3=-x+2 \Rightarrow x-2=3-3y \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{①②} \Rightarrow \frac{90}{4} &= \underbrace{(3-3y)^2}_{-3(y-1)} + (y-1)^2 \Rightarrow \frac{90}{4} = 9(y-1)^2 + (y-1)^2 = 10(y-1)^2 \Rightarrow (y-1)^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \begin{cases} y-1 = \frac{3}{2} \\ y-1 = -\frac{3}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

در نتیجه هاست x

گزینه ۲

$$\begin{cases} y = \frac{5}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

پاسخ: گزینه ۲

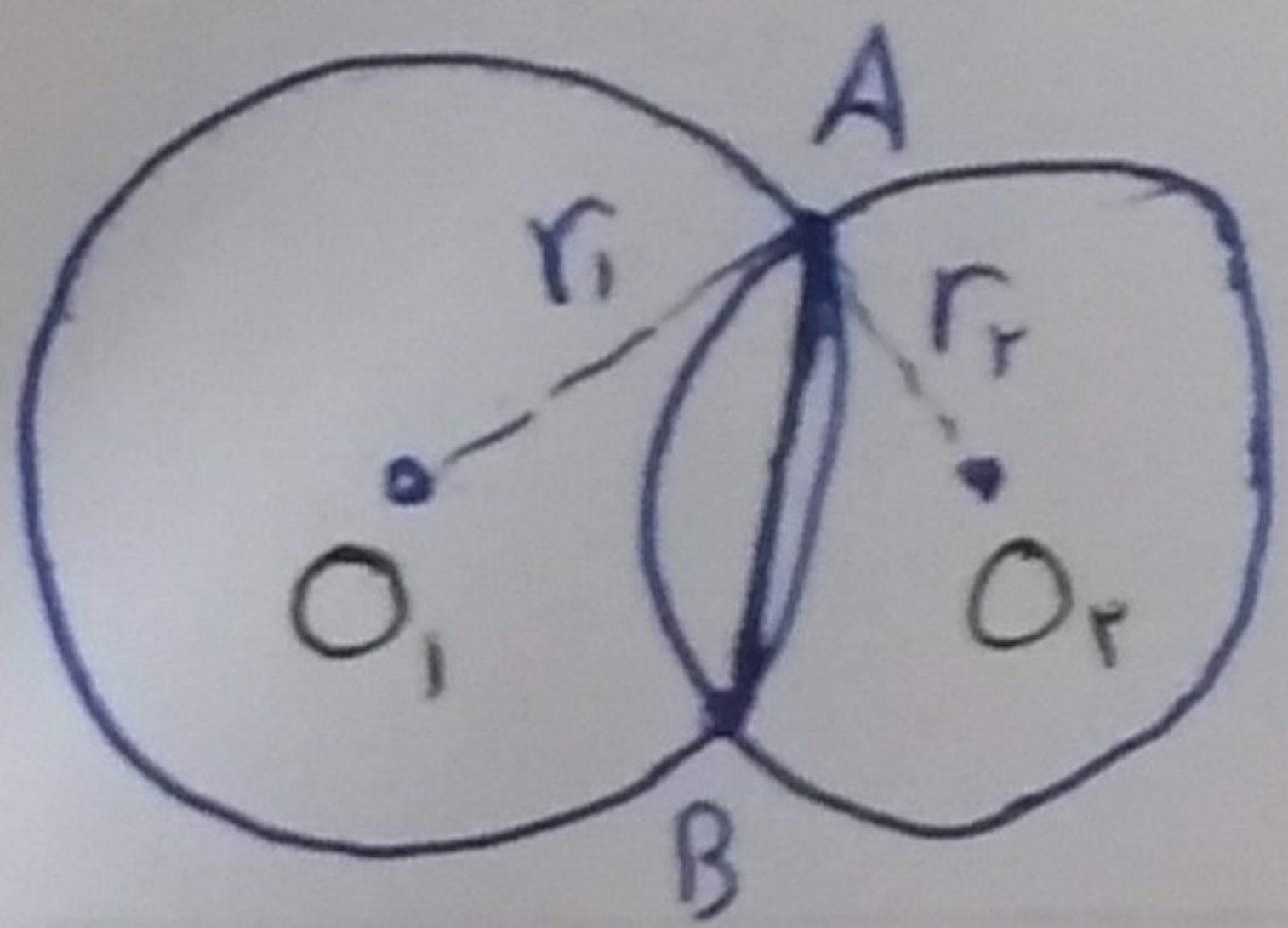
تحلیل: یک سوال سخت و زمانبر که شامل نکات زیادی بود.

سوال ۱۵۳:

روش ستر: کافیست دو معادله دایره را از هم کم کنیم:

پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x = 3 \\ x^2 + y^2 + 2y = 3 \end{cases} \Rightarrow 2x - 2y = 0 \Rightarrow \boxed{x = y}$$



روش کتاب: اگر معادله خط AB را بخواهیم باید یکی از نقاط A یا B و شیب را داشته باشیم:

$$r_1 = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 12} = 2$$

$$r_2 = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 12} = 2$$

$$O_1 = \left(-\frac{5}{2}, -\frac{2}{2}\right) = (-2.5, -1)$$

$$O_2 = \left(-\frac{2}{2}, -\frac{5}{2}\right) = (-1, -2.5)$$

خط گذرا از O1 و O2 بر AB عمود است و شیب ۵۵ برابر: $\frac{-1-0}{0-1} = 1$ پس شیب AB برابر ۱ است. گزینه های ۳ و ۴ حذف.

نقطه A را (x, y) در نظر بگیریم: $r_1 = r_2 = 2 \Rightarrow O_1A = O_2A = 2 \Rightarrow \sqrt{(x+2.5)^2 + (y+1)^2} = \sqrt{(x+1)^2 + (y-2.5)^2} = 2$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2y + 1 = x^2 + 2x + 1 + y^2 \Rightarrow \boxed{x = y}$$

$$\Rightarrow y - y_0 = 1(x - x_0) \Rightarrow \boxed{y = x}$$

تحلیل: با توجه به نکته گفته شده سوال ساده تر شد اما در کل سوال سخت، زمانبر و شیب کاملاً جدیدی بود.

سوال ۱۵۴:

طبق قضیه تالس:

$$\frac{r}{y} = \frac{y^2}{5-x} \Rightarrow \frac{r}{y} = \frac{y^2}{x} \Rightarrow y^3 = 1 \Rightarrow \boxed{y = 1}$$

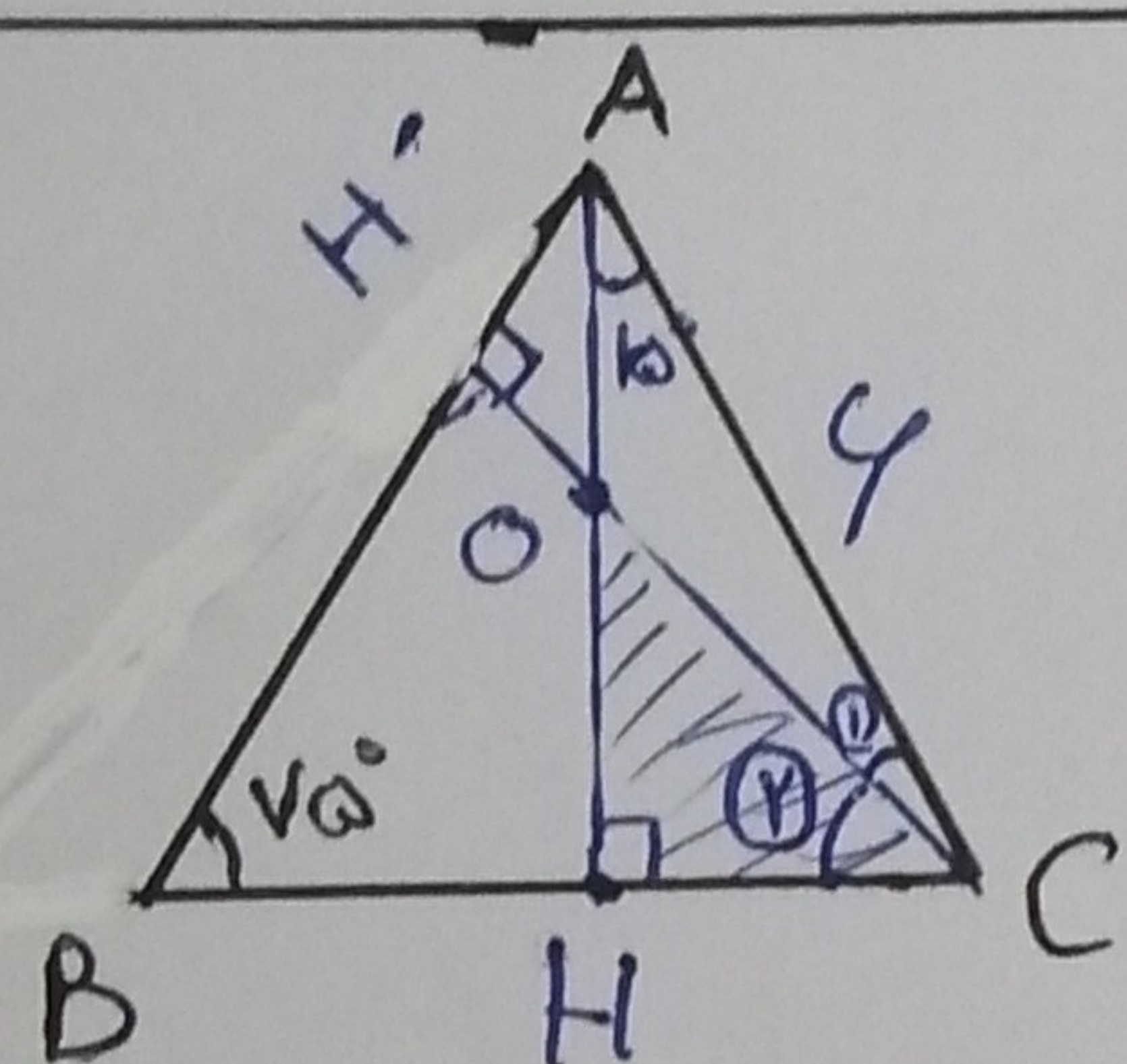
طبق تعمیم تالس: $\frac{r}{y+r} = \frac{x+1}{y+x+1} \Rightarrow r(y+x+1) = y(x+1) + r(x+1) \Rightarrow ry = (x+1)y \Rightarrow \boxed{x = 3}$

ادامه سوال ۱۵۴ :

$$y - 2x \stackrel{y=2, x=3}{=} 2 - 6 = -4$$

پاسخ: گزینه ۱

تحلیل: سوالی ساده که بنظر دانش آموزان در حل آن مشکل خاصی نداشت باشد.



سوال ۱۵۴: چون مثلث متساوی الساقین است پس $AC = AB = 4$ و $\hat{C} = \hat{B} = 75^\circ$ و $\hat{A} = 30^\circ$ و چون AH عمود است پس A به دو زاویه 15° تقسیم می شود، از طرفی در مثلث AHC چون A و H معلوم اند پس $\hat{C}_1 = 45^\circ$ و در نتیجه $\hat{C}_2 = 15^\circ$ خواهد بود.

$$\xrightarrow{\triangle AHC \text{ در مثلث}} \sin 15^\circ = \frac{HC}{4} \Rightarrow HC = 4 \sin 15^\circ \xrightarrow{\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}} 2\sqrt{2-\sqrt{3}} = HC$$

$$\xrightarrow{\triangle OHC \text{ در مثلث}} \tan \hat{C}_1 = \frac{OH}{HC} \Rightarrow \tan 15^\circ = \frac{OH}{2\sqrt{2-\sqrt{3}}} \xrightarrow{\tan 15^\circ = \frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} = \frac{1}{2+\sqrt{3}}} OH = 2\sqrt{2-\sqrt{3}} \times \frac{1}{2+\sqrt{3}}$$

$$S_{OH} = \frac{1}{2} HC \times OH = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2-\sqrt{3}} \times \frac{2\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2(2-\sqrt{3})}{2(2+\sqrt{3})} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2(2-\sqrt{3})}{2(2+\sqrt{3})}$$

$$= \frac{2}{2(2+\sqrt{3})}$$

پاسخ: گزینه ۱

تحلیل: طبق حل بالا متأسفانه گزینه درست نداریم.



اشتراک الماس ماز

بهترین انتخاب برای کنکور ۱۴۰۱
اولین و آخرین خرید سال کنکور
با خرید این اشتراک تمامی محصولات ماز برای شما فعال می‌شود
(آزمون - کلاس - همایش - پروژه جمع‌بندی - نکته و تست - دوپینگ)

<https://liink.ir/6bf2>

۰۲۱۷۴۲۸۵

۰۷۱۳۲۲۷۱۸۸۴

۰۷۱۳۲۲۷۱۹۸۷

برای شرکت در آزمون‌های ماز و مشابهت مطابقت ماز با کنکورهای سراسری روی لینک زیر کلیک کنید. 😊

www.biomazeedu.ir