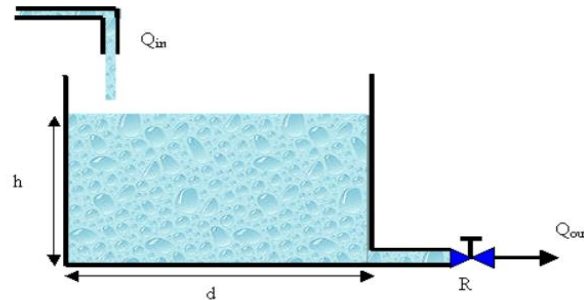


مدل سازی فرآیند - پر کردن مخزن:



مخزن بالا با دبی $Q_{in} \text{ m}^3 / \text{sec}$ که ورودی سیستم است پر می شود. Q_{OUT} خروجی دبی تخلیه است m^3 / sec اگر $Q_{in} = Q_{out}$ ، سطح h ثابت می ماند. اگر $Q_{in} > Q_{out}$ ، سطح h افزایش می یابد. اگر $Q_{in} < Q_{out}$ ، سطح h ، سقوط می کند.

این بسیار واضح است اما رابطه بین جریان داخلی ، جریان خروجی و سطح دقیقاً چیست؟

معادله زیر یک تعادل جرم است که می تواند برای هر سیستم اعمال شود:

$$In - Out = Accumulation$$

در این حالت ، ذخیره خود را به صورت افزایش یا کاهش حجم نشان می دهد. انباشت تغییر حجم با زمان است.

$$V = A * H = \text{حجم} \quad \text{ارتفاع} \quad \text{مساحت}$$

قطر d ثابت است زیرا دیواره های مخزن عمودی و موازی هستند. بنابراین ، h تنها متغیر است که به این معنی است که

$$DV = Dh * A \quad \text{با نوشتن معادله به صورت دیفرانسیل ، ما داریم:}$$

$$Q_{in} - Q_{out} = A \frac{dh}{dt}$$

بعد ، جریان خروجی ، Q_{out} را در نظر بگیرید. نیروی محرک برای جریان تخلیه ، Head آب در مخزن است که با ρgh داده می شود. محدودیت در جریان تخلیه ، حضور شیر (و به میزان کمتر لوله) است و این را می توان با یک مقاومت یعنی R نشان داد.

$$Q_{out} = \rho gh / R$$

R واحدهای نیوتن ثانیه / متر 5 ($\text{Newton seconds/metre}^5$) دارد.

بنابراین معادله بالا می تواند به صورت زیر بازنویسی شود:

$$Q_{in} - \frac{\rho g h}{R} = A \frac{dh}{dt}$$

$$\therefore Q_{in} \frac{R}{\rho g} - h = \frac{AR}{\rho g} \frac{dh}{dt}$$

$$\therefore \frac{AR}{\rho g} \frac{dh}{dt} + h = Q_{in} \frac{R}{\rho g}$$

بررسی این معادله نشان می‌دهد که شکل زیر را دارد:

$$\tau \frac{d\theta_o}{dt} + \theta_o = K\theta_i$$

یعنی دارای مشخصه مرتبه اول است که در آن خروجی، q_o ، معادل با ارتفاع است؛ ورودی، q_i ، معادل با جریان داخلی یعنی Q_{in} ، و ثابت زمانی و بهره به صورت زیر هستند:

$$\tau = \frac{AR}{\rho g} = \frac{\pi d^2 R}{4 \rho g}$$

$$K = \frac{R}{\rho g}$$

مقدار مقاومت R به موقعیت شیر بستگی دارد. اگر شیر تقریباً بسته باشد، R بزرگ است و اگر شیر کاملاً باز باشد، R کوچک است. معادله بالا رابطه بین ورودی و خروجی سیستم در حوزه زمان را توصیف می‌کند. تبدیل این معادله به حوزه فرکانس با استفاده از تبدیل لاپلاس به ما امکان تعیین تابع انتقال برای این سیستم را می‌دهد. هنگامی که تابع انتقال را بدانیم می‌توانیم این فرآیند را به عنوان یک بلوک در یک مدل دیاگرام بلوکی از یک حلقه کنترل در نظر بگیریم. مزیت دیگر تعیین تبدیل لاپلاس در معادله این است که می‌توانیم یک ورودی خاص را انتخاب کنیم (برای مثال یک گام تغییر در ورودی) و این را در تابع انتقال ضرب کنیم تا خروجی

را در حوزه فرکانس بدست آوریم. سپس معادله به حوزه زمان باز می‌گردد. اکنون معادله‌ای داریم که پاسخ خروجی به یک تغییر مرحله‌ای در ورودی را توصیف می‌کند.

اعمال تبدیل لاپلاس به سیستم پر کردن مخزن:
معادله دیفرانسیل مرتبه اول که در بالا به دست آمد توضیح می‌دهد که چگونه سطح در یک مخزن با زمان برای یک ورودی داده‌شده به صورت زیر تغییر می‌کند:

$$\tau \frac{d\theta_o}{dt} + \theta_o = K\theta_i$$

که:

$$\tau = \frac{AR}{\rho g} = \frac{\pi d^2 R}{4 \rho g}$$

$$K = \frac{R}{\rho g}$$

تبدیل این معادله به حوزه فرکانس و بازآرایی آن از نظر خروجی بر روی ورودی به صورت زیر است:

$$\frac{\theta_o(s)}{\theta_i(s)} = \frac{K}{1 + \tau s}$$

به یک تغییر مرحله‌ای در ورودی فکر کنید، قرار دهید (در دامنه فرکانس $q_i(s) = a (=a/s)$)

با جایگزینی $q_i(s)$ و تنظیم مجدد ما بدست می‌آوریم:

$$\theta_o(s) = Ka \frac{1/\tau}{s(s + 1/\tau)}$$

با استفاده از تبدیل معکوس لاپلاس ، به این نتیجه می رسیم:

$$\theta_o = Ka \left(1 - e^{-t/\tau} \right)$$

که در آن ثابت زمانی و بهره حالت پایدار همانند موارد بالا هستند.