



معادله‌ها (فصل اول پایه دهم)

مدرس:

امیرعباس محمودی

یابیز ۱۱C۰۱C



فصل اول: معادله‌ها (فصل اول پایه دهم)

تایپ ۱: معادله درجه ۱

$$4x + 2 = x + 14 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4$$



$$5x - 3 = 3x + 13 \Rightarrow x = ?$$

تست ۱: کدام معادله زیر، درجه اول است؟

$$\begin{array}{llll} x(x^2 + 1) - 2 = 0 & (4) & x(x + 2) = 0 & (3) \\ \frac{-3x + 1}{5} = 0 & (2) & \frac{2}{x + 3} = 1 & (1) \end{array}$$

تست ۲: جواب معادله $2(x - 3) - 8x = -4(x - 1) + 6$ کدام است؟

$$\begin{array}{llll} -8 & (4) & 8 & (3) \\ -2 & (2) & 2 & (1) \end{array}$$

تست ۳: جواب معادله $\frac{3x - 1}{4} - \frac{5}{6} = \frac{14 - x}{2} - \frac{13}{3}$ کدام است؟

$$\begin{array}{llll} -\frac{3}{2} & (4) & \frac{3}{2} & (3) \\ -3 & (2) & 3 & (1) \end{array}$$

تایپ ۲: طریقه به دست آوردن مجهول درجه ۱

$$\frac{3}{2}bx + 2 = 0, \quad x = -4, \quad b = ? \Rightarrow -6b + 2 = 0 \Rightarrow -6b = -2 \Rightarrow b = \frac{1}{3}$$



$$\frac{4}{3}ax - 3 = 0, \quad x = 6, \quad a = ?$$

تست ۴: به ازای کدام مقدار k ، ریشه معادله $k(x + 2) + 2(1 - x) = 4$ برابر با -4 است؟

$$\begin{array}{llll} 1 & (4) & 2 & (3) \\ 3 & (2) & 4 & (1) \end{array}$$

فصل اول: معادله‌ها (فصل اول پایه دهم)

۲

تست ۵: اگر جواب معادله $\frac{2x-2}{3} + \frac{x+5}{6} = x-1$ دو واحد بیشتر از ریشه معادله $\frac{x-3}{2} + x = 2x-a$ باشد، a کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۹

تست ۶: به ازای کدام مقدار m ، معادله $(2m+7)x+5=2$ فاقد جواب است؟

- (۱) $-\frac{7}{2}$ (۲) -۳ (۳) $-\frac{5}{2}$ (۴) -۵

تیب ۳: مسائل توصیفی (درجه ۱)

دو برابر عددی منهای یک برابر با چهار برابر همان عدد است. آن عدد را بیابید.

$$2x-1=4x \Rightarrow -2x=1 \Rightarrow x=-\frac{1}{2}$$

سه برابر عددی را با دو جمع می‌کنیم با دو برابر همان عدد برابر می‌شود. آن عدد را بیابید. 

تست ۷: ثلث عددی از خمس آن عدد ۴۸ واحد بیشتر است. مجموع ارقام این عدد کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۲

تست ۸: علی از برادرش رضا ۱۰ سال بزرگ‌تر است. اگر هفت سال بعد سن علی دو برابر سن رضا باشد،

مجموع سن فعلی علی و رضا چه قدر است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴) ۱۹

تست ۹: یاسمن مجموعاً ۲۷ اسکناس ۲، ۵ و ۱۰ هزار تومانی به ارزش ۱۲۳ هزار تومان دارد. اگر تعداد

اسکناس‌های ۲ هزار تومانی، دو برابر تعداد اسکناس‌های ۵ هزار تومانی باشد، تعداد اسکناس‌های ۱۰ هزار

تومانی او چند تا است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

تست ۱۰: در یک کارخانه، حقوق یک مهندس $\frac{2}{5}$ برابر حقوق یک فن‌ورز و $\frac{3}{5}$ برابر حقوق مدیر بخش خود است. این بخش ۳ مهندس، ۲ مدیر و ۴ فن‌ورز دارد. اگر مدیرعامل ماهانه ۲۳۸ میلیون تومان حقوق برای این بخش پرداخت کند، حقوق یک مهندس این بخش چند میلیون تومان است؟

(۱) ۲۴ (۲) ۲۵ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

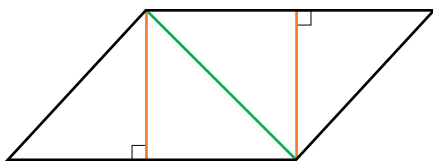
تست ۱۱: در یک کارخانه، حقوق مدیر بخش ۲ برابر مهندس و $\frac{5}{4}$ فن‌ورز است. در این کارخانه ۲ مدیر بخش، ۴ مهندس و ۳ فن‌ورز داریم که جمعاً ۱۵۶ میلیون حقوق می‌گیرند. درآمد یک مدیر بخش چند میلیون از درآمد یک فن‌ورز بیشتر است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۳۰ (۳) ۱۵ (۴) ۱۸

تیپ ۴: مسائل هندسی درجه ۱

نکات این تیپ را در تست‌ها درک می‌کنیم.

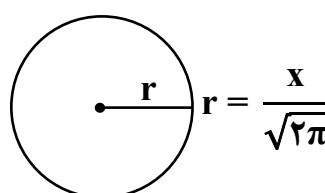
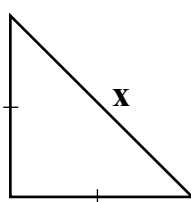
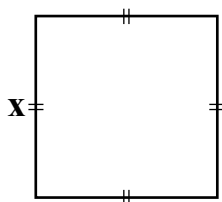
تست ۱۲: در شکل مقابل که از کنار هم قرار گرفتن ۴ مثلث یکسان تشکیل شده است، مساحت متوازی‌الاضلاع از مساحت هر مثلث قائم‌الزاویه ۳ واحد بیشتر است. اندازه قطر مربع کدام است؟ (سراسری نوبت اول ۱۴۰۳)



- (۱) ۲
(۲) $\sqrt{2}$
(۳) ۳
(۴) $\sqrt{3}$

تست ۱۳: اگر مجموع مساحت‌های سه شکل زیر ۷ باشد، محیط مربع کدام است؟

(مرتبط با صفحه ۱۵ کتاب درسی)



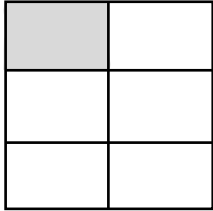
- (۱) ۸
(۲) ۴
(۳) ۲
(۴) ۱۰

فصل اول: معادله‌ها (فصل اول پایه دهم)

۴

تست ۱۴: در شکل زیر از کنار هم قرار گرفتن ۶ مستطیل یکسان یک مربع ساخته شده است. اگر مساحت

هر مستطیل از $\frac{1}{3}$ مساحت مربع ۶ واحد کمتر باشد، اختلاف طول و عرض کوچک‌ترین مستطیل کدام است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۱/۵ (۳)

۲/۵ (۴)

تست ۱۵: طول مستطیلی ۳ برابر عرض آن است. اگر ۶ واحد به هر ضلع آن افزوده شود، مساحت آن ۲۵۲

واحد مربع افزایش می‌یابد. مساحت مستطیل اولیه کدام است؟

۲۷۰ (۴)

۲۶۱ (۳)

۲۴۳ (۲)

۲۱۰ (۱)

تیب ۵: استراتژی حل معادله درجه ۲

اولویت اول: وجود حالات خاص

$$a + b + c = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}$$

$$3x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = \frac{2}{3}$$

$$a + c = b \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a}$$

$$4x^2 - x - 5 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = -\left(-\frac{5}{4}\right) = \frac{5}{4}$$

اولویت دوم: تجزیه (فاکتورگیری و اتحاد)

این روش در مباحث پایه کامل تدریس شده اما:

$$x^3 + 7x^2 + 12x = 0 \Rightarrow x(x^2 + 7x + 12) = 0 \Rightarrow x(x+3)(x+4) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -3, x_3 = -4$$

$$x^3 - 7x^2 - 18x = 0$$

اولویت سوم: روش خوارزمی

این روش برای مواقعی به کار می‌ره که تو روش تجزیه ضرب x^2 صفر نباشد.

$$11x^2 - 20x - 4 = 0 \xrightarrow{a \times c} x^2 - 20x - 44 = 0 \Rightarrow (x - 22)(x + 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 22 \\ x_2 = -2 \end{cases} \xrightarrow{11 \div 11} x_1 = \frac{22}{11} = 2, \quad x_2 = \frac{-2}{11}$$

اولویت چهارم: روش کلی (دلتا)

این روش همیشه جواب می‌دهد ولی طولانی به همین دلیل اولویت آخر قرار گرفته.

$$1x^2 - 20x - 44 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-20)^2 - 4(1)(-44) = 16 + 88 = 104$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-20) \pm \sqrt{104}}{2} = \frac{20 \pm \sqrt{4 \times 26}}{2} = \frac{20 \pm 2\sqrt{26}}{2} = 10 \pm \sqrt{26}$$

 $x^2 - 8x + 4 = 0$

روش تغییر متغیر

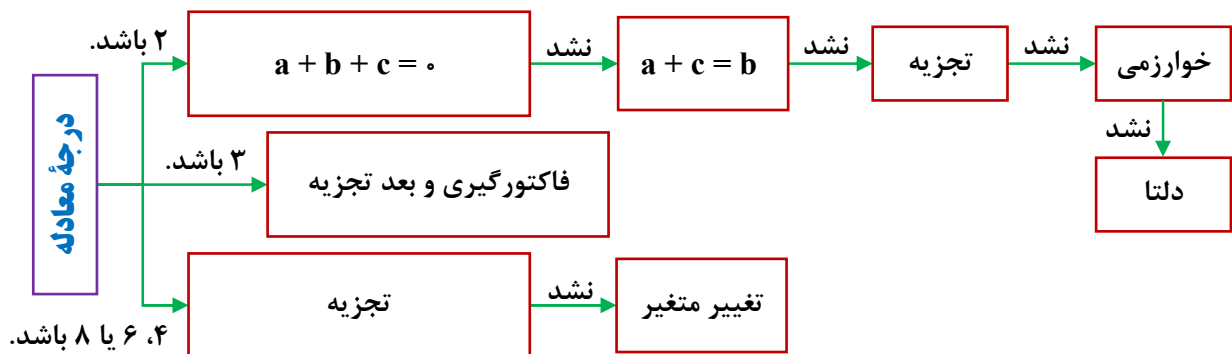
این روش برای معادله‌های با درجه ۴، ۶ و یا حتی ۸ می‌باشد.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0 \xrightarrow{x^2 = t} t^2 - 13t + 36 = 0 \Rightarrow (t - 4)(t - 9) = 0$$

$$t_1 = 4, \quad t_2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \\ x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3 \end{cases}$$

 $x^4 - 2x^2 - 15 = 0$

حالا رسیدی به اینجا ذهنت نظم می‌خواد. من با این فلوچارت بهت بهترین نظم ذهنی رو می‌دم:



فصل اول: معادله‌ها (فصل اول پایه دهم)

۶

تست ۱۶: جواب کوچک‌تر معادله $2x^2 - x - 6 = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

تست ۱۷: اگر یکی از ریشه‌های معادله درجه دوم $mx^2 - 2x - 16 = 0$ برابر با -2 باشد، ریشه دیگر آن کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{4}{3}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

تست ۱۸: اگر $x = 2$ جواب معادله $3kx^2 + (k+1)x + 12 = 0$ باشد، جواب دیگر معادله کدام است؟

- (۱) -2 (۲) 4 (۳) 3 (۴) -1

تست ۱۹: اگر یکی از جواب‌های معادله $k^2x - 4 = (5 - 2k)x^2$ باشد، جواب دیگر معادله کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) -2 (۴) $-\frac{4}{5}$

تست ۲۰: اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $(3x - 2)^2 - 2x = -1$ باشند، آنگاه حاصل $x_1 - 9x_2$ کدام است؟

- (۱) -4 (۲) 4 (۳) -3 (۴) 3

تست ۲۱: معادله $x^6 + 12x^3 + 32 = 0$ چند ریشه دارد؟

- (۱) 6 (۲) 4 (۳) 2 (۴) صفر

تست ۲۲: معادله $(x^2 - 2x) - (x^2 - 2x) = 2$ چند ریشه حقیقی متمایز دارد؟

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4

تیپ ۴: معادله درجه ۲ به روش مربع کامل

$$2x^2 - 8x - 10 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 8x = 10 \xrightarrow{\div 2} x^2 - 4x = 5 \xrightarrow{+4} x^2 - 4x + 4 = 5 + 4$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 9 \Rightarrow (x - 2)^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 3 \Rightarrow x = 5 \\ x - 2 = -3 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

 $3x^2 + 10x - 8 = 0$

تست ۲۳: در حل معادله $x^2 + 12x - 9 = 0$ به روش مربع کامل به معادله $(x + m)^2 = n$ رسیده‌ایم. مقدار

$n - m$ کدام است؟

۴۲ (۴)

۳۹ (۳)

۳۳ (۲)

۲۷ (۱)

تست ۲۴: در حل معادله $2x^2 - 7x + 6 = 0$ به روش مربع کامل، بعد از آنکه ضریب x^2 یک شد، عددی که

به هر دو طرف تساوی اضافه می‌شود، کدام است؟

$\frac{49}{4}$ (۴)

$\frac{25}{4}$ (۳)

$\frac{49}{16}$ (۲)

$\frac{1}{16}$ (۱)

تست ۲۵: اگر در حل معادله درجه دوم $ax^2 - 2x - 1 = 0$ به روش مربع کامل به تساوی $(x - \frac{1}{3})^2 = k$

برسیم، حاصل $a + k$ کدام است؟

۱۳ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

۳ (۲)

$\frac{31}{9}$ (۱)

تست ۲۶: اگر معادله $2x^2 + ax + b = 0$ را به روش مربع کامل حل کنیم، به معادله $(x + \frac{13}{4})^2 = \frac{49}{16}$

می‌رسیم. $b - a$ کدام است؟

۵ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

فصل اول: معادله‌ها (فصل اول پایه دهم)



۸

تیپ ۷: بحث (وی تعداد جواب‌های معادله درجه ۲)

علامت دلتا	مثبت	صفر	منفی
تعداد جواب‌های معادله	۲ جواب متمایز	۱ ریشه مضاعف	ریشه حقیقی ندارد.
جواب(ها)	$\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$	$-\frac{b}{2a}$	نداره!

نکته مهم: تمامی جملات زیر به مفهوم $\Delta = 0$ می‌باشند:

- (۱) معادله فقط یک جواب دارد.
- (۲) معادله دو جواب یکسان دارد.
- (۳) اختلاف ریشه‌ها صفر است.
- (۴) نسبت جواب‌ها برابر صفر است.
- (۵) عبارت درجه دوم مربع کامل باشد.

تست ۲۷: چه عددی را به عبارت درجه دوم $4x^2 - 6x + 1$ اضافه کنیم تا به عبارتی مربع کامل برسیم؟

- (۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{7}{4}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $\frac{11}{4}$

تست ۲۸: اگر معادله $2x^2 + bx + c = 0$ دارای ریشه مضاعف ۵ باشد، حاصل $b + c$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

تست ۲۹: به ازای چه قادیری از m ، معادله $(m+1)x^2 - (2m-1)x + m-1 = 0$ جواب حقیقی دارد؟

- (۱) $m \geq \frac{5}{4}$ (۲) $m \geq -\frac{5}{4}$ (۳) $m \leq \frac{5}{4}$ (۴) $m \leq -\frac{5}{4}$

فصل اول: معادله‌ها (فصل اول پایه دهم)

🔍 تست ۱۳: ریشه‌های معادله $(m+1)x^2 + (2m+3)x + m+2 = 0$ ، دو عدد صحیح و قرینه یکدیگرند.

مجموع ریشه‌های معادله $(m+3)x^2 + mx - 1 = 0$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

🔍 تست ۱۴: معادله $(2x+k+1)^2 = 7+k$ دارای ریشه مضاعف m است. خط $y = mx + k$ از کدام ناحیه

دستگاه مختصات نمی‌گذرد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

✅ تیپ ۸: مجموع، حاصل ضرب و افتلاف ریشه‌ها

جمع ریشه‌ها	ضرب ریشه‌ها	اختلاف ریشه‌ها
$S = \frac{-b}{a}$	$P = \frac{c}{a}$	$M = \frac{\sqrt{\Delta}}{ a }$

اگر X_1 و X_2 ریشه‌های معادله $13x^2 - 12x + 2 = 0$ باشند حاصل عبارات زیر را مشخص کنید.

(الف) $X_1 + X_2$ (ب) $X_1 X_2$ (پ) $|X_1 - X_2|$

$$13x^2 - 12x + 2 = 0 \Rightarrow S = \frac{-b}{a} = \frac{12}{13} = \frac{12}{13}, \quad P = \frac{c}{a} = \frac{2}{13}, \quad M = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{144 - 104}}{13} = \frac{\sqrt{40}}{13} = \frac{2\sqrt{10}}{13}$$

🔍 اگر X_1 و X_2 ریشه‌های معادله $4x^2 - 8x + 2 = 0$ باشند؛ مجموع، حاصل ضرب و اختلاف ریشه‌ها را به دست آورید.

🔍 تست ۱۵: اگر X_1 و X_2 ریشه‌های معادله $2x^2 - 3x - 6 = 0$ باشند، حاصل $X_1(1 - X_2) + X_2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{9}{2}$ (۲) $-\frac{9}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

فصل اول: معادله‌ها (فصل اول پایه دهم)

۱۰

تست ۳۳: اگر حاصل ضرب ریشه‌های معادله $(k-1)x^2 - 2x - 2k = 0$ برابر با $-\frac{8}{3}$ باشد، اختلاف

ریشه‌های آن کدام است؟

- (۱) $\frac{11}{3}$ (۲) $\frac{7}{3}$ (۳) $\frac{8}{3}$ (۴) $\frac{10}{3}$

تست ۳۴: اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله $x^2 + (k-2)x + (-2k-2) = 0$ برابر باشند، ریشه

بزرگ‌تر کدام است؟

- (۱) $-3 + \sqrt{3}$ (۲) $3 + \sqrt{3}$ (۳) $-3 + \sqrt{12}$ (۴) $3 + \sqrt{12}$

تست ۳۵: اگر معادله $(2x-k)(2x+3) = 0$ ریشه مضاعفی داشته باشد، در معادله $k^2x^2 + \frac{k}{2}x - 3 = 0$

مجموع ریشه‌های معادله چند برابر حاصل ضرب ریشه‌های معادله است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) -۲

تست ۳۶: ضرایب درجه دوم $3kx^2 + 8x - (6k+4) = 0$ صحیح هستند. اگر به ازای مقدار k حاصل ضرب

ریشه‌های این معادله دارای بیشترین مقدار باشد، مقدار ریشه کوچک‌تر معادله کدام است؟

- (۱) $-4 - \sqrt{14}$ (۲) $\frac{4 - \sqrt{14}}{2}$ (۳) $4 - \sqrt{14}$ (۴) $\frac{2 + \sqrt{14}}{2}$

تست ۳۷: به ازای یک مقدار m ، ریشه‌های معادله $2x^2 + 3mx + 2m + 6 = 0$ ، معکوس یکدیگرند. مجموع

این دو ریشه کدام است؟

- (۱) $-1/5$ (۲) $1/5$ (۳) ۲ (۴) ۳

تست ۳۸: اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 4x - 9 = 0$ باشند ($\alpha > \beta$)، حاصل $|\alpha + 2\beta| + |\beta| + |\alpha|$

کدام است؟

- (۱) -5β (۲) $4 - 5\beta$ (۳) $4 - \beta$ (۴) $-\beta$

تست ۳۹: اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $2x^2 - 8x - 5 = 0$ باشند، حاصل $x_1^2 x_2^2 + x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$ کدام است؟

۸۴ (۴)

۶۰ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

تست ۴۰: ریشه‌های کدام یک از معادلات زیر ۵ و $-\frac{3}{2}$ است؟

$$x^2 - \frac{7}{2}x - \frac{15}{2} = 0 \quad (۲)$$

$$x^2 + \frac{7}{2}x - \frac{15}{2} = 0 \quad (۱)$$

$$x^2 + 7x - 15 = 0 \quad (۴)$$

$$x^2 - 7x - 15 = 0 \quad (۳)$$

تیپ ۹: مسائل توصیفی معادله درجه ۲

تیپ ۱: عددسازی

دو عدد طبیعی زوج متوالی داریم. حاصل ضرب این دو عدد از ۸ برابر مجموعشان ۱۶ واحد بیشتر است. این دو عدد را به دست آورید.

$$8(x + x + 2) = 8(2x + 2) = 16x + 16$$

$$x^2 + 2x = (16x + 16) + 16 \Rightarrow x^2 + 2x = 16x + 32 \Rightarrow x^2 - 14x - 32 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 16)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 16 \\ x = -2 \end{cases}$$

دو عدد زوج متوالی داریم. حاصل ضرب این دو عدد از ۴ برابر مجموعشان ۱ واحد بیشتر است. این دو عدد را به دست آورید.

تیپ ۲: مسائل هندسی

مثال‌های مربوطه در تست‌های بعدی مطرح خواهند شد.

تیپ ۳: مسائل بازاریابی

هزینه - درآمد = سود

قیمت فروش هر کالا $\times$ تعداد کالا = درآمد

هزینه تولید هر کالا $\times$ تعداد کالا + هزینه ثابت = هزینه

نکته: به تعداد کالایی که به ازای آن مقدار فروش، درآمد و هزینه‌مان برابر می‌شوند نقطه سربه‌سر می‌گوییم.

فصل اول: معادله‌ها (فصل اول پایه دهم)

۱۲

درآمد شرکتی به ازای تولید x واحد کالا، از رابطه $17x - \frac{1}{4}x^2$ و هزینه آن از رابطه $5x + 40$ به دست می‌آید. نقطه سربه‌سر این تولید را به دست آورید.

$$\text{درآمد} = \text{هزینه} \Rightarrow -\frac{1}{4}x^2 + 17x = 5x + 40 \Rightarrow -\frac{1}{4}x^2 + 12x - 40 = 0$$

$$x^2 - 48x + 160 = 0 \Rightarrow (x - 20)(x - 8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 20 \\ x = 8 \end{cases}$$

درآمد شرکتی به ازای تولید x واحد از یک کالا، از رابطه $20x - \frac{1}{4}x^2$ و هزینه آن از رابطه $7x + 60$ به دست می‌آید. نقطه سربه‌سر این تولید را به دست آورید.

تست ۴۱: مجموع مربعات دو عدد طبیعی زوج متوالی برابر با ۳۴۰ است. اختلاف نصف عدد کوچک‌تر و دو

برابر عدد بزرگ‌تر کدام است؟

۲۶ (۴)

۲۲ (۳)

۱۸ (۲)

۱۷ (۱)

تست ۴۲: حاصل ضرب دو عدد زوج متوالی منهای عدد کوچک‌تر برابر با ۱۱۰ شده است. اختلاف مربع این

دو عدد کدام است؟

۶۰ (۴)

۵۲ (۳)

۴۴ (۲)

۳۶ (۱)

تست ۴۳: با نخی به طول ۸ متر مستطیلی به مساحت $\frac{3}{75}$ مترمربع ساخته‌ایم. نسبت طول به عرض این

مستطیل کدام است؟

$\frac{5}{3}$ (۴)

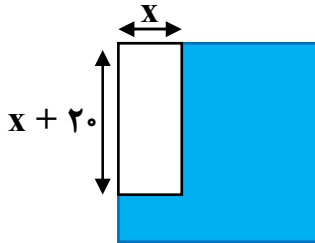
$\frac{5}{2}$ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

۲ (۱)



تست ۴۴: در شکل روبه‌رو، ضلع مربع برابر با ۸۰ واحد است و مستطیلی با ابعاد x و $x + 20$ در آن قرار دارد. اگر مساحت قسمت رنگی ۴۹۰۰ واحد مربع باشد، x کدام است؟



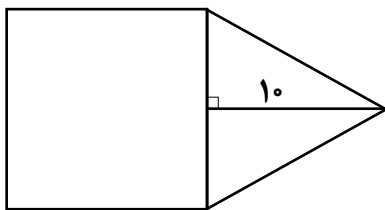
(۱) ۲۰

(۲) ۳۰

(۳) ۴۰

(۴) ۵۰

تست ۴۵: در شکل زیر، مساحت مثلث متساوی‌الساقین، از $\frac{2}{3}$ مساحت مربع به اندازه $\frac{8}{3}$ واحد مربع، کمتر است. مساحت مثلث، کدام است؟ (آزمون وی‌ای‌پی)



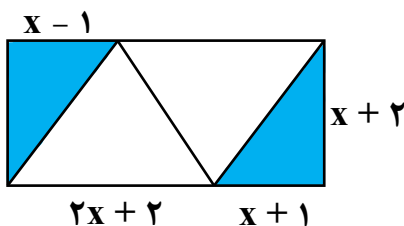
(۱) ۳۰

(۲) ۳۵

(۳) ۴۰

(۴) ۴۵

تست ۴۶: در شکل زیر مساحت قسمت رنگی، ثلث مساحت سفید می‌باشد. مساحت مستطیل کدام است؟



(۱) ۶۰

(۲) ۶۵

(۳) ۷۰

(۴) ۷۵

تست ۴۷: اگر $P(x) = 200(-x^2 - 540x + 112000)$ ، سود حاصل از فروش تعداد x کالای تولیدی یک شرکت باشد، این شرکت با فروش چند کالا، نه سود و نه ضرر می‌کند؟ (سراسری نوبت اول ۱۴۰۱)

(۴) ۱۴۰

(۳) ۱۶۰

(۲) ۷۰۰

(۱) ۸۰۰

فصل اول: معادله‌ها (فصل اول پایه دهم)

۱۴

تست ۴۸: تابع درآمد شرکتی به ازای تولید x واحد از یک کالای مصرفی به صورت $R(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 8x$

و تابع هزینه آن به صورت $C(x) = 4x + b$ است. اگر فاصله دو نقطه سربه‌سر تابع سود این شرکت، ۱۲ واحد کالا باشد، مقدار b کدام است؟

(سرسری ۱۴۰۰)

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

تست ۴۹: هزینه اولیه یک واحد تولیدی ۷۰۰،۰۰۰ تومان و هزینه ساخت هر کالا ۱۱۰ تومان است. اگر رابطه

بین تعداد فروش (N) و قیمت (P) این کالا برحسب تومان به صورت $N = 70000 - 200P$ باشد، سود حاصل از فروش این کالا با قیمت ۲۰۰ تومان چند میلیون تومان است؟

۳ (۴)

۲/۴ (۳)

۲ (۲)

۱/۶ (۱)

تست ۵۰: می‌خواهیم دورتادور باغچه‌ای به شکل مستطیل که طول آن، دو برابر عرض آن است را حصار

بکشیم، به طوری که بازدیدکنندگان به یک متری باغچه نزدیک نشوند. اگر مساحت زمین محصورشده،

(سرسری نوبت اول ۱۴۰۱)

$1 + \frac{1}{18}\pi$ برابر مساحت باغچه باشد، طول باغچه چند متر است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)

تایپ ۱۰: حل معادلات گویا

$$\frac{4}{x+2} = \frac{x+1}{3} \Rightarrow (x+1)(x+2) = 12 \Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 12 \Rightarrow x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$\Rightarrow (x+5)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\frac{x-3}{2} = \frac{6}{x+1}$$

$$\frac{3x-1}{x^2-1} + \frac{x+1}{x-1} = 3 \Rightarrow \frac{3x-1}{(x-1)(x+1)} + \frac{x+1}{x-1} = 3 \Rightarrow \frac{3x-1}{(x-1)(x+1)} + \frac{(x+1)^2}{(x-1)(x+1)} = 3$$

$$\frac{3x - 1 + x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1} = 3 \Rightarrow x^2 + 5x = 3x^2 - 3 \Rightarrow 2x^2 - 5x - 3 = 0$$

خوارزمی $\rightarrow x^2 - 5x - 6 = 0 \Rightarrow (x - 6)(x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \xrightarrow{\div 2} x = 3 \\ x = -1 \xrightarrow{\div 2} x = -0.5 \end{cases}$

 $\frac{2x-1}{x+2} - \frac{x-3}{x-2} = \frac{2}{3}$

❶ تست ۵۱: اختلاف جواب‌های معادله $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1} = \frac{4x^2 - 9}{2x^2 + 3x}$ کدام است؟

(۱) $2\sqrt{2}$ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) $2\sqrt{3}$

❷ تست ۵۲: اگر $x = 2$ جواب معادله $\frac{x}{a-x} + \frac{a-x}{x} = \frac{a}{x}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{a^6 - 1}{a^3 + 1}$ کدام است؟

(آزمون‌های آزمایشی فیلی سبز)

(۱) ۱۲۴ (۲) ۷ (۳) ۲۶ (۴) ۶۳

❸ تست ۵۳: به ازای چند مقدار k ، جواب معادله $\frac{5-t}{3+2t} = \frac{7t+1}{k^2 - (2t+1)^2}$ برابر ۴ است؟

(سراسری مجدد ۱۴۰۱)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) هیچ مقداری از k

❹ تست ۵۴: اختلاف ریشه‌های معادله $\frac{3}{3x^3 + 2x^2 - 1} - \frac{1}{x^3 + x^2 - 1}$ کدام است؟

(۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) $2/5$

فصل اول: معادله‌ها (فصل اول پایه دهم)

۱۶

تست ۵۵: در معادله $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6} - \frac{1}{x + 2} = 3$ مجموع ریشه‌ها چه قدر از حاصل ضرب ریشه‌ها بیشتر

است؟

۱۴ (۴)

۱۵/۵ (۳)

۱۲ (۲)

۱۱/۵ (۱)

تست ۵۶: به ازای مقادیری از m ، ریشه معادله $\frac{x-3}{x-m} + \frac{7x-m}{x^2-m^2} = \frac{4}{m}$ برابر با ۶ است. اختلاف مقادیر

قابل قبول m کدام است؟

۱۰ (۴)

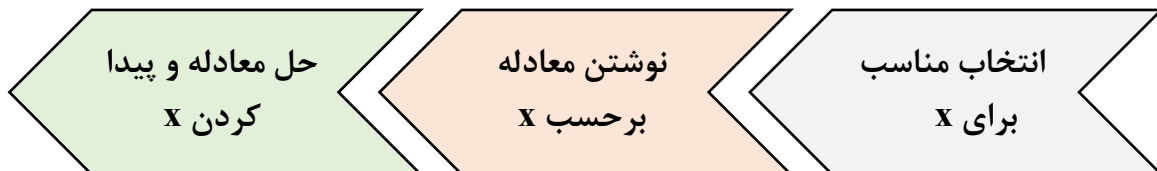
۱۲ (۳)

۱۴ (۲)

۱۶ (۱)

تیپ ۱۱: مسائل توصیفی معادله گویا 

استراتژی: 



نکته: این تیپ فوق العاده پرتکرار بوده تو کنکورهای چند سال اخیر ولی خیالتون راحت؛ انواع و اقسام تیپ‌ها بررسی می‌شه. 

تیپ ۱: عمودسازی 

معکوس یک عدد از خود آن عدد ۲ واحد بیشتر است. این عدد را به دست آورید.

$$\frac{1}{x} = x + 2 \Rightarrow x^2 + 2x = 1 \Rightarrow x^2 + 2x - 1 = 0$$

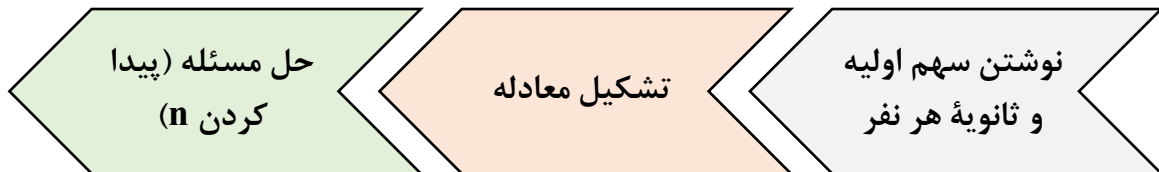
$$D = 2^2 - 4(1)(-1) = 4 + 4 = 8$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{2}}{1} = -1 \pm \sqrt{2}$$

ثلث یک عدد از خود آن عدد ۳ واحد کمتر است. این عدد را بیابید.

تیب ۲: مسائل تقسیم یک چیز بین چند نفر

استراتژی:



یک کیک را بین چند نفر تقسیم کرده‌ایم و به هریک مقدار مساوی رسید. سپس یک نفر دیگر به آن جمع اضافه شد و دوباره کیک را بین آنها تقسیم کردیم. در این مرحله به هریک $\frac{1}{6}$ کمتر رسید. مشخص کنید در ابتدا چند نفر بوده‌اند؟

$$\text{سهم ثانویه} - \text{سهم اولیه} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{6} \Rightarrow 6(n+1) - 6n = n(n+1)$$

$$6n + 6 - 6n = n^2 + n \Rightarrow n^2 + n - 6 = 0 \Rightarrow (n+3)(n-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -3 \times \\ n = 2 \checkmark \end{cases}$$

یک کیک را بین چند نفر تقسیم کرده‌ایم و به هریک مقدار مساوی رسید. پس دو نفر دیگر به آن جمع اضافه شد و دوباره کیک را بین آنها تقسیم کردیم. در این مرحله به هریک $\frac{1}{4}$ کمتر رسید. مشخص کنید در ابتدا چند نفر بوده‌اند؟

تیب ۳: مسائل کار مشترک

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{C}$$

که در آن A زمان انجام کار توسط نفر اول، B زمان انجام کار توسط نفر دوم و C زمان انجام کار توسط هر دو نفر است.

نسرین به تنهایی جزوه‌ای را در ۳۰ ساعت تایپ می‌کند. اگر مریم به کمک او بیاید کار تایپ در ۱۲ ساعت انجام می‌شود. اگر مریم به تنهایی این جزوه را تایپ کند چند ساعت طول می‌کشد؟

$$\frac{1}{\text{زمان تایپ نسرین}} + \frac{1}{\text{زمان تایپ مریم}} = \frac{1}{\text{زمان تایپ دو نفر}}$$

فصل اول: معادله‌ها (فصل اول پایه دهم)

۱۸

$$\frac{1}{30} + \frac{1}{x} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{12} - \frac{1}{30} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{5-2}{60} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{3}{60} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{20} \Rightarrow x = 20$$

علی به تنهایی جزوه‌ای را در ۲۰ ساعت تایپ می‌کند. اگر امیر به کمک او بیاید کار تایپ در ۸ ساعت انجام می‌شود. اگر امیر به تنهایی این جزوه را تایپ کند چند ساعت طول می‌کشد؟

تایپ ۴: مسائل پر شدن استخر

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} - \frac{1}{C} = \frac{1}{D}$$

که در آن A زمان پر کردن شیر اول، B زمان پر کردن شیر دوم، C زمان خالی کردن دریچه و D زمان پر شدن استخر است.

مثال‌های این تیپ در قسمت‌های مربوطه حل می‌شود.

تایپ ۵: مسائل سرعت

$$\text{زمان} = \frac{\text{مسافت}}{\text{سرعت}} \Rightarrow t = \frac{x}{v}$$

مثال‌های این تیپ در قسمت‌های مربوطه حل می‌شود.

تایپ ۶: مسائل غلظت و خلوص

استراتژی: با توجه به غلظت اولیه، مقدار ماده اولیه را حساب می‌کنیم. بعد مقداری که اضافه یا کم شده را X می‌گیریم و غلظت جدید را می‌نویسیم و با درصد غلظت جدید برابر قرار می‌دهیم.

$$\text{غلظت جدید} = \frac{\text{مقدار جدید ماده حل شده}}{\text{مقدار جدید کل محلول}}$$

۱۵۰ گرم محلول آب نمک با غلظت ۴ درصد داریم. چند گرم نمک اضافه کنیم تا غلظت محلول به ۲۰ درصد برسد؟

$$\text{غلظت} = \frac{\text{وزن نمک}}{\text{وزن محلول}} \Rightarrow \frac{4}{100} = \frac{N}{150} \Rightarrow N = \frac{4 \times 150}{100} = 6$$

پس وزن نمک اولیه ۶ گرم و وزن آب آن $150 - 6 = 144$ گرم بوده است. X گرم نمک به آن اضافه می‌کنیم. وزن جدید نمک $6 + X$ گرم و وزن جدید کل محلول $150 + X$ می‌شود. می‌خواهیم غلظت جدید ۲۰ درصد باشد، پس:

$$\frac{20}{100} = \frac{6+X}{150+X} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{6+X}{150+X} \Rightarrow 30 + 5X = 150 + X \Rightarrow 4X = 120 \Rightarrow X = 30$$

۱۲۰ گرم محلول آب نمک با غلظت ۳ درصد داریم. چند گرم نمک اضافه کنیم تا غلظت محلول به ۱۵ درصد برسد؟

تست ۵۷: اگر اختلاف معکوس دو عدد طبیعی زوج متوالی برابر با $\frac{1}{4}$ باشد، مجموع این دو عدد کدام است؟

۲۲ (۴)

۱۸ (۳)

۱۴ (۲)

۱۰ (۱)

تست ۵۸: مجموع معکوس دو عدد مختلف‌العلامت که یکی از آنها از ۳ برابر عدد دیگر ۶ واحد کمتر است، برابر با $\frac{1}{4}$ است. عدد بزرگ‌تر کدام است؟

$\frac{8}{3}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

۶ (۲)

۱۲ (۱)

تست ۵۹: مجموع دو برابر معکوس عددی با معکوس دو برابر همان عدد برابر ۵ است. آن عدد کدام است؟

$\frac{1}{6}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

تست ۶۰: یک کیک را بین چند نفر تقسیم کردیم و به هریک مقدار مساوی رسید. پس از نیم ساعت یک نفر و پس از یک ساعت ۲ نفر دیگر به این جمع اضافه شد سپس دوباره یک کیک مشابه کیک اول بین آنها به طور مساوی تقسیم گردید. پس از اضافه شدن این افراد به هریک $\frac{1}{6}$ کمتر رسید. تعداد اولیه چند نفر بودند؟

(آزمون وی‌ای‌پی)

۴ (۴)

۶ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

فصل اول: معادله‌ها (فصل اول پایه دهم)

۲۰

تست ۶۱: ۱۵۰۰ دلار را بین تعدادی برنده به طور یکسان تقسیم می‌کنیم، بعد می‌فهمیم که تعداد برنده‌ها ۳ نفر بیشتر بوده است. در نتیجه ۱۵۰۰ دلار را مجدد بین برنده‌ها تقسیم می‌کنیم. در حالت دوم به هر برنده، ۲۵ دلار کمتر از حالت اول می‌رسد. اگر تعداد برنده‌های اولیه n و تعداد برنده‌های ثانویه m باشد، اختلاف جواب‌های معادله $nx^2 - mx + 3 = 0$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۵/۰ (۳) ۲۵/۱ (۴) ۷۵/۰

تست ۶۲: قرار است جایزه ۲۴۰ میلیون تومانی یک بانک بین برندگان قرعه‌کشی آن به طور یکسان توزیع شود. با مصوبه جدید بانک، تعداد برندگان ۴ نفر افزایش می‌یابد. در این صورت سهم هر برنده، ۱۰ میلیون تومان کم می‌شود. تعداد برنده‌ها در حالت اولیه کدام بوده است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

تست ۶۳: وقتی دو نقاش با هم کار می‌کنند، نقاشی یک اتاق در ۱۲ ساعت انجام می‌شود. اگر نقاش قدیمی‌تر به تنهایی کار کند، ۱۰ ساعت زودتر نسبت به حالتی که نقاش جدید به تنهایی کار می‌کند، کار را تمام می‌کند. نقاش قدیمی‌تر این اتاق را به تنهایی در چند ساعت رنگ می‌کند؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴) ۲۴

تست ۶۴: محمد کاری را در مدت ۶ ساعت انجام می‌دهد و علی همان کار را در مدت ۱۲ ساعت انجام می‌دهد. نفر سوم به آنها اضافه می‌شود و همان کار را در مدت t ساعت انجام می‌دهد. اگر ۳ نفر با هم کار کنند، کار در مدت ۲ ساعت انجام می‌شود. t چند ساعت است؟

- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

تست ۶۵: زهرا برای ویرایش علمی ۲۰ صفحه از کتابی ۱ ساعت وقت صرف می‌کند. اگر نرگس در این ویرایش به او کمک کند، کار ویرایش ۴۰ دقیقه طول می‌کشد. حال اگر نرگس بخواهد به تنهایی این ویرایش را به عهده بگیرد، چند دقیقه وقت لازم خواهد داشت؟

- (۱) ۸۰ (۲) ۶۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۰۰

تست ۶۶: ناصر کاری را به تنهایی در ۲۰ ساعت انجام می‌دهد. اگر تیمور آن کار را بخواهد به تنهایی انجام دهد، ۶ ساعت بیشتر از حالتی که چنگیز آن را به تنهایی انجام می‌دهد، زمان می‌برد. حالا اگر هر سه نفر با هم این کار را انجام دهند، کل کار در $\frac{2}{5}$ ساعت انجام می‌شود. تیمور به تنهایی کار را در چند ساعت انجام می‌دهد؟

۹ (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴)

تست ۶۷: دو شیر A و B به استخری متصل‌اند. اگر شیر A استخر را ۵ ساعت زودتر از شیر B پر کند و این دو شیر با هم استخر را در ۶ ساعت پر کنند، شیر B استخر را به تنهایی در چند ساعت پر می‌کند؟

۲۴ (۱) ۲۰ (۲) ۱۸ (۳) ۱۵ (۴)

تست ۶۸: دو شیر A و B به یک استخر متصل‌اند. شیر A استخر را در نصف مدت زمانی که شیر B استخر را پر می‌کند، می‌تواند پر کند. اگر دو شیر را با هم باز کنیم، استخر در ۴ ساعت پر می‌شود. اگر شیر A به تنهایی باز باشد، استخر در چند ساعت پر می‌شود؟

۵ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴)

تست ۶۹: استخری توسط دو شیر A و B پر می‌شود. شیر A، ۳ ساعت زودتر از شیر B استخر را پر می‌کند و اگر هر دو شیر با هم باز باشند استخر در ۲ ساعت پر می‌شود. هر دو شیر را باز می‌کنیم و پس از یک ساعت شیر A خراب می‌شود. مابقی استخر توسط شیر B در چند دقیقه پر خواهد شد؟

۱۸۰ (۱) ۹۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۶۰ (۴)

تست ۷۰: استخری یک شیر آب ورودی دارد که استخر خالی را در مدت ۳ ساعت پر می‌کند. همچنین این استخر یک شیر تخلیه دارد که استخر پر را در مدت ۱۲ ساعت خالی می‌کند. اگر استخر خالی باشد و در یک لحظه هم شیر ورودی آب و هم شیر تخلیه آب را باز کنیم، در این صورت استخر در چند ساعت پر می‌شود؟

(صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۳۸ کتاب درسی)

(آزمون کانون ۱۳۱ فرداد ۹۷)

۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴)

فصل اول: معادله‌ها (فصل اول پایه دهم)

۲۲

تست ۷۱: استخری دارای سه شیر A، B و C است. سرعت پر کردن استخر خالی توسط شیر A، ۲ برابر سرعت پر کردن استخر توسط شیر B و ثلث سرعت پر کردن استخر توسط شیر C است. اگر هر سه شیر باز باشند، استخر در ۸ ساعت پر می‌شود. بعد از بنایی هر سه شیر را برمی‌داریم و n شیر از نوع A نصب می‌کنیم تا کل استخر در یک ساعت پر شود. n کدام است؟ (مثل کنکور)

(۱) ۲۴ (۲) ۳۰ (۳) ۳۶ (۴) ۱۸

تست ۷۲: گلدانی داریم از جنس نقره و مس که نسبت جرم نقره خالص به جرم مس خالص آن، برابر ۷ است. اگر گلدان را ذوب کرده و به آن ۱۰۰ گرم نقره اضافه کنیم و دوباره گلدان را بسازیم ۹۰ درصد جرم گلدان از نقره خالص است. جرم نقره در گلدان جدید چند گرم است؟

(۱) ۴۰۰ (۲) ۳۵۰ (۳) ۴۵۰ (۴) ۵۰۰

تست ۷۳: راننده‌ای باید مسیر ۱۲۰ کیلومتری را طی کند. اگر سرعتش را ۱۰ کیلومتر بر ساعت افزایش دهد، ۳۶ دقیقه زودتر به مقصد می‌رسد. سرعت اولیه این خودرو کدام است؟ (مثل کنکور)

(۱) ۳۰ (۲) ۴۰ (۳) ۵۰ (۴) ۶۰

تست ۷۴: دونده‌ای ثلث مسیری را با سرعتی ثابت می‌دود. سپس سرعتش را ۶ متر بر ثانیه کم می‌کند و بقیه مسیر را با این سرعت می‌دود. اگر او تمام مسیر را با سرعت ۵ متر بر ثانیه بدود، در همین زمان مسیر را طی می‌کند. در حالت اول ثلث مسیر را با چه سرعتی دویده است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۰ (۳) ۹ (۴) ۸

تست ۷۵: پرنده‌ای فاصله یک کیلومتر را در جهت موافق باد رفته و در جهت مخالف باد برگشته است. اگر سرعت باد ۵ کیلومتر در ساعت و مدت رفت و برگشت ۹ دقیقه باشد، سرعت پرنده در هوای آرام، چند کیلومتر بر ساعت است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۲/۵ (۳) ۱۳/۵ (۴) ۱۵

تست ۷۶: دو خودرو با سرعت ثابت هم‌زمان از دو شهر به طرف یکدیگر حرکت می‌کنند و پس از $\frac{7}{5}$ ساعت به یکدیگر می‌رسند. اگر خودروی اول بقیه مسیر را در $\frac{4}{5}$ ساعت طی کند، خودرو دیگر بقیه مسیر را در چند ساعت طی می‌کند؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{6}{5}$ (۳) $\frac{10}{5}$ (۴) $\frac{12}{5}$

تست ۷۷: یک محلول آب‌نمک ۲۰۰ کیلویی با غلظت ۶ درصد داریم. ۵ کیلو نمک به آن اضافه می‌کنیم، چه قدر از آب آن را بخار کنیم تا غلظت محلول به ۱۰ درصد برسد؟ (غلظت آب‌نمک برابر است با وزن نمک به وزن کل محلول)

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۵ (۳) ۴۰ (۴) ۴۵

تست ۷۸: ۱۰ کیلوگرم محلول آب‌نمک با غلظت ۲۰ درصد را با ۱۲ کیلوگرم محلول آب‌نمک با غلظت ۲۵ درصد مخلوط می‌کنیم. چند کیلوگرم نمک به مخلوط حاصل اضافه کنیم که غلظت آن به ۳۲ درصد برسد؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{2}{4}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{4}{25}$

تست ۷۹: محلولی از آب و نمک در اختیار داریم که غلظت آن (نسبت وزن نمک خالص به وزن کل محلول) ۲۵ درصد است. حال ۲۰ کیلوگرم نمک به آن اضافه کرده و محلول جدیدی می‌سازیم که در آن $\frac{1}{3}$ وزن محلول، نمک خواهد بود. وزن محلول قبل از تغییر چند کیلوگرم بوده است؟

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۱۴۰ (۳) ۱۶۰ (۴) ۲۰۰

تست ۸۰: یازده کیلوگرم با غلظت ۴۰ درصد با چهار کیلوگرم رنگ از همان نوع با غلظت ۷۰ درصد مخلوط شده‌اند. با تبخیر چند کیلوگرم آن، غلظت محلول به ۵۰ درصد می‌رسد؟

- (۱) $\frac{0}{4}$ (۲) $\frac{0}{5}$ (۳) $\frac{0}{6}$ (۴) $\frac{0}{8}$



تابع (دوم دهم + دوم یازدهم)

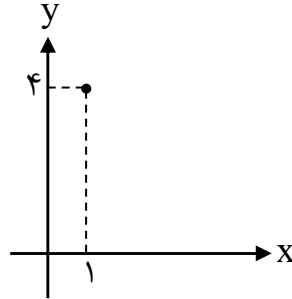
مدرس:

امیرعباس محمودی



تیپ ۱: رابطه بین دو متغیر

هر نقطه رو به شکل زوج مرتب و مختصاتی نشون می‌دن. مثلاً نقطه $(1, 4)$ به صورت زیر است:



مثال: اگر زوج مرتب $(a + b, 3)$ و $(7, a - b)$ با هم برابر باشند، a و b را به دست آورید.

جواب:

$$\begin{cases} a + b = 7 \\ a - b = 3 \end{cases} \Rightarrow 2a = 10 \Rightarrow a = 5$$

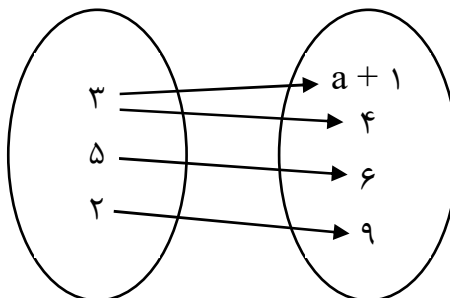
اگر زوج مرتب $(2a - b, 4)$ و $(8, a + b)$ با هم برابر باشند، a و b را به دست آورید.

تیپ ۲: نمایش پیکانی (نمودار ون) برای تابع

در نمایش پیکانی اگر از هر مؤلفه اول دقیقاً یک پیکان خارج شود، آن رابطه تابع است.

مثال: اگر نمودار پیکانی زیر، نشان‌دهنده یک تابع باشد، a را به دست آورید.

جواب:



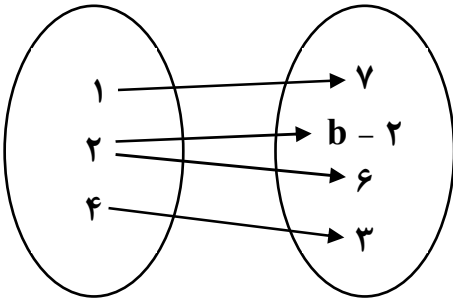
$$a + 1 = 4 \Rightarrow a = 3$$

فصل دوم: تابع (دوم دهم + دوم یازدهم)



۲۶

اگر نمودار پیکانی مقابل، نشان دهنده یک تابع باشد، b را به دست آورید.



تیپ ۳: نمایش زوج مرتبی برای تابع

مؤلفه‌های اول نباید تکراری باشند.

مثال: اگر رابطه $\{(2, 5), (3, 6), (2, b-2)\}$ یک تابع باشد، b را به دست آورید.

جواب:

$$b-2=5 \Rightarrow b=7$$

اگر رابطه $\{(1, 4), (1, 8a), (4, 7)\}$ یک تابع باشد، a را به دست آورید.

تیپ ۴: نمایش جدولی برای تابع

مؤلفه‌های سطر اول نباید برابر باشند:

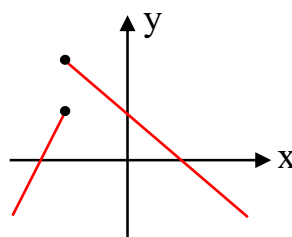
x	۱	۲	۳	۲
y	۴	۳	۱	۵

مؤلفه‌های اول برابر، ولی مؤلفه‌های دوم نابرابر

تیپ ۵: نمایش نموداری برای تابع

اگر خط عمودی نمودار تابع را بیشتر از ۱ بار قطع کند تابع نیست.

مثال: تابع بودن یا نبودن نمودار زیر را بررسی کنید.





تیب ۶: نمایش توصیفی برای تابع

رابطه‌ای که به هر کارخانه محصولاتش را نسبت دهند.

ورودی خروجی

مثال: تابع بودن یا نبودن نمایش توصیفی زیر را مشخص کنید.

«رابطه‌ای که به هر فرد، ماشینش را نسبت می‌دهد.»

تابع بودن یا نبودن نمایش توصیفی زیر را مشخص کنید.

«رابطه‌ای که به هر ماشین، کارخانه سازنده‌اش را نسبت می‌دهد.»

تست ۸۱: اگر زوج‌های مرتب $(a+b, 2)$ و $(3, 2a+3b)$ برابر باشند، حاصل ab کدام است؟

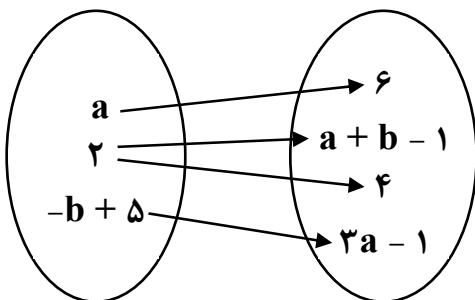
۳۰ (۴)

۳۰ (۳)

۲۸ (۲)

۲۸ (۱)

تست ۸۲: اگر نمودار پیکانی زیر بیان‌گر یک تابع باشد، مقدار b کدام است؟



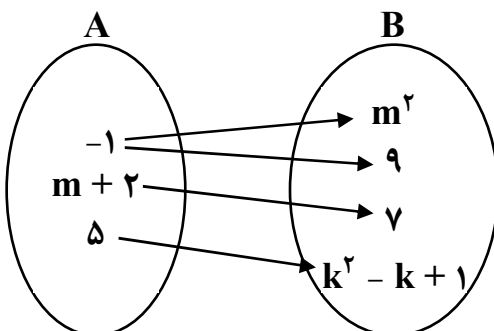
۲ (۱)

۳ (۲)

۱ (۳)

-۱ (۴)

تست ۸۳: نمودار ون زیر مربوط به یک تابع است. با توجه به اینکه $k \neq m$ است، مقدار $k-m$ کدام است؟



است؟

۱ (۱)

۵ (۲)

-۵ (۳)

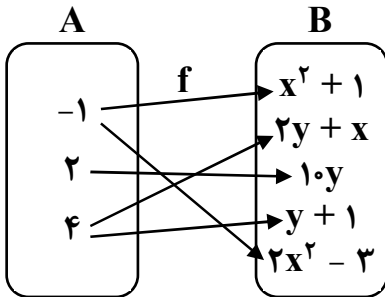
-۲ (۴)

فصل دوم: تابع (دوم دهم + دوم یازدهم)



۲۸

تست ۸۴: نمودار پیکانی مقابل، بیان گر یک تابع است. حاصل ضرب کوچک ترین و بزرگ ترین عضو مجموعه



B کدام است؟ ($x > 0$)

- ۵۰ (۱)
- ۳۰ (۲)
- ۳۰ (۳)
- ۵۰ (۴)

تست ۸۵: اگر رابطه $f = \{(b, -1), (2, 3), (1, 6), (1, b^2 + 2), (4, 2a + b), (4, 7)\}$ تابع باشد، مقدار

$a + 2b$ کدام است؟

- ۴/۵ (۴)
- ۳/۵ (۳)
- ۱/۵ (۲)
- ۰/۵ (۱)

تست ۸۶: اگر رابطه روبه رو یک تابع باشد، حاصل $k^2 + 2a^2$ کدام است؟

$$A = \{(2, a^2 - a - 2), (5, -8), (2a + 1, k^2), (-1, 5), (2, 0)\}$$

- ۱۴ (۴)
- ۱۵ (۳)
- ۷ (۲)
- صفر (۱)

تست ۸۷: رابطه $f = \{(a, x + y), (b, m^2), (a, m^2 - 1), (b, x - y), (a, 4)\}$ یک تابع است. مقدار

$x^2 + y^2$ کدام است؟

(سرهمی نویت اول ۱۴۰۱)

- ۴۲ (۴)
- ۲۴ (۳)
- ۲۰/۵ (۲)
- ۲/۵ (۱)

تست ۸۸: اگر رابطه $\{(x + 2, y - x), (y - 3, -1), (\frac{y+3}{2}, x + z), (x + 2, 4), (y - 3, 2x - y)\}$ تابع

باشد، z کدام است؟

- ۷ (۴)
- ۵ (۳)
- ۳ (۲)
- ۱ (۱)



تست ۸۹: اگر رابطه $f = \{(1, 12), (-2, 3), (1, m^2 - 4m), (m, 6)\}$ تابع باشد، حاصل ضرب ریشه‌های

معادله $2x^2 - (m + 4)x + m = 0$ کدام است؟

۱۰ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۳ (۱)

تست ۹۰: اگر جدول زیر نشان‌دهنده یک تابع باشد، مقدار $b - a$ کدام است؟ (x متغیر مستقل و y متغیر وابسته است.)

x	۲	۳	-۵	۲	a - ۱
y	۷	b	۲	۲a - ۱	۱

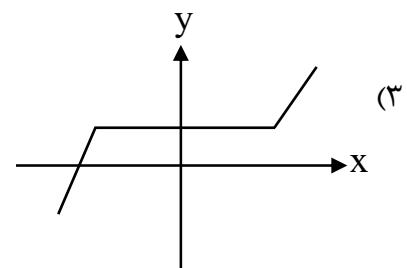
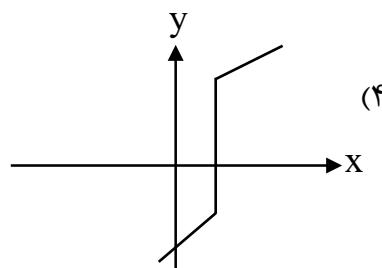
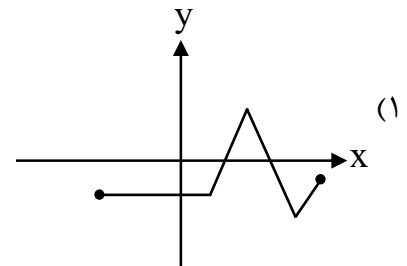
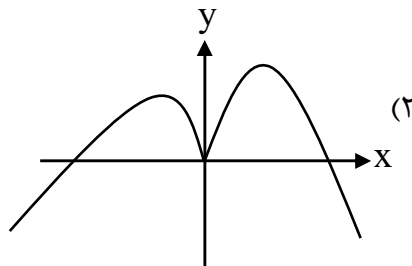
۳ (۱)

-۳ (۲)

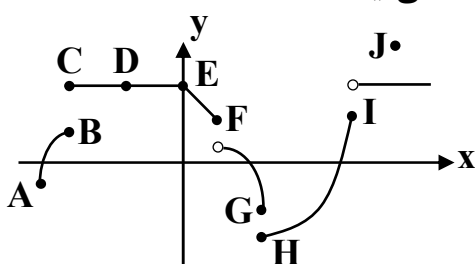
۵ (۳)

-۵ (۴)

تست ۹۱: کدام نمودار، نمایش یک تابع نیست؟ (x متغیر مستقل است.)



تست ۹۲: با حذف کدام نقاط از نمودار روبه‌رو، نمودار یک تابع به دست می‌آید؟



(۱) B و D و J

(۲) C و F و H

(۳) B و G و J

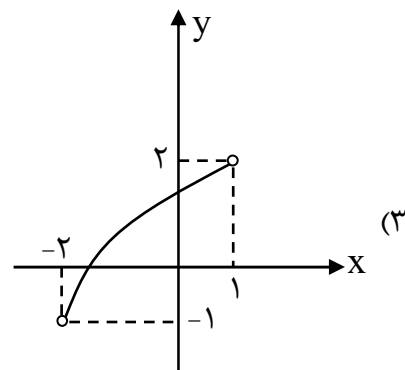
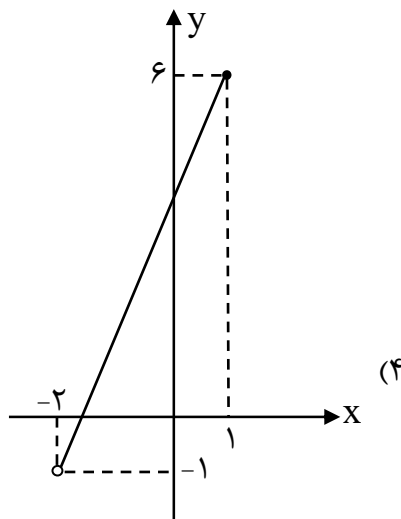
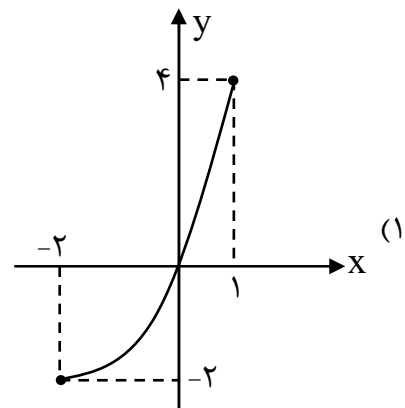
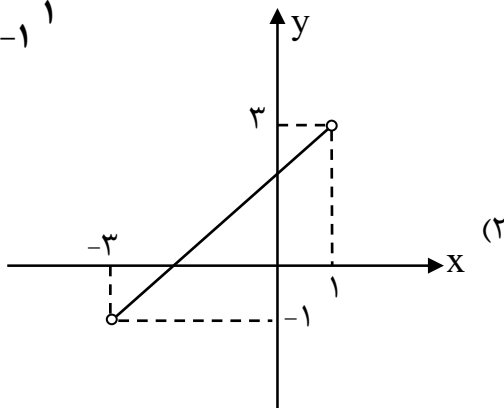
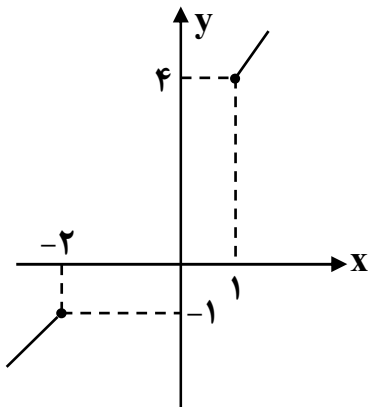
(۴) C و G و I

فصل دوم: تابع (دوم دهم + دوم یازدهم)



۳۰

تست ۹۳: با اضافه کردن نمودار کدام گزینه به نمودار مقابل باز هم نمودار تابع به دست می آید؟



تست ۹۴: چند رابطه از روابط زیر تابع است؟

(الف) رابطه‌ای که به هر معادله درجه دو، ریشه آن را نسبت می دهد.

(ب) رابطه‌ای که به هر عدد، مجذور آن را نسبت می دهد.

(پ) رابطه‌ای که به هر عدد بزرگ تر از صفر، ریشه دوم آن را نسبت می دهد.

(ت) رابطه‌ای که به هر عدد طبیعی، مربعی با آن مساحت را نسبت می دهد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



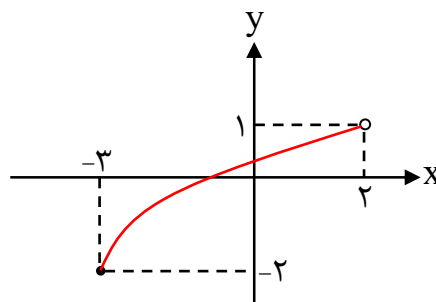
تست ۹۵: کدام گزینه تابع نیست؟

- (۱) رابطه‌ای که به هر عدد طبیعی، تعداد مقسوم‌علیه‌هایش را نسبت می‌دهد.
- (۲) رابطه‌ای که به هر عدد طبیعی یک‌رقمی، عددی را نسبت می‌دهد که با آن ۳ واحد اختلاف دارد.
- (۳) رابطه‌ای که به هر عدد طبیعی، مجذورش را نسبت می‌دهد.
- (۴) رابطه‌ای که به هر عدد صحیح، جذرش را نسبت می‌دهد.

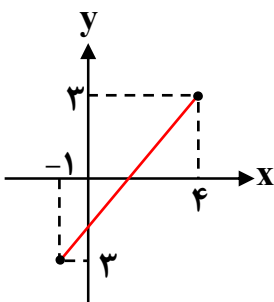
تایپ ۷: دامنه و برد

دامنه یعنی ورودی‌ها، برد یعنی خروجی‌ها

مثال: دامنه و برد تابع زیر را مشخص کنید.

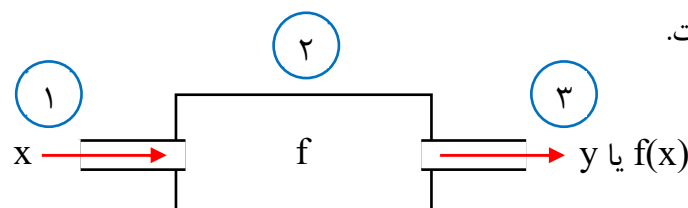


دامنه و برد تابع زیر را مشخص کنید.



تایپ ۸: ضابطه تابع

تابع مثل یک دستگاه تولید است.



فصل دوم: تابع (دوم دهم + دوم یازدهم)



۳۲

😊 **مثال:** تابع f به ازای هر عددی که واردش می شود، ۲ واحد کمتر از نصف آن را خارج می کند. ضابطه این تابع را بنویسید.

✍ **جواب:**

$$f(x) = \frac{x}{2} - 2$$

📝 **مثال:** تابع f به ازای هر عددی که واردش می شود، ۳ واحد بیشتر از دو برابر آن را خارج می کند. ضابطه این تابع را بنویسید.

✅ **تیب ۹:** مقدار تابع در یک نقطه

😊 **مثال:** اگر $f(x) = x^2 + 4x - 2$ و $g(x) = \frac{-x^2 + 2}{x + 2}$ باشد، موارد زیر را حساب کنید.

$$f(3) = ?$$

$$g(-3) = ?$$

✍ **جواب:**

$$f(3) = (3)^2 + 4(3) - 2 = 9 + 12 - 2 = 19 \Rightarrow f(3) = 19$$

$$g(-3) = \frac{-(-3)^2 + 2}{-3 + 2} = \frac{-9 + 2}{-1} = \frac{-7}{-1} = 7 \Rightarrow g(-3) = 7$$

📝 **مثال:** اگر $f(x) = x^3 - 1$ و $h(x) = 2x^2 - 2$ باشد، موارد زیر را حساب کنید.

$$f(2) =$$

$$h(-1) =$$

✅ **تیب ۱۰:** هماسبه برد تابع با داشتن ضابطه و دامنه

😊 **مثال:** تابع $f: \{-1, 0, 3\} \rightarrow B$ را به صورت زوج مرتبی بنویسید.
 $f(x) = x^2 + x$



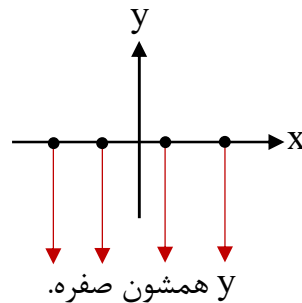
جواب:

$$\left. \begin{aligned} f(-1) &= (-1)^2 - 1 = 1 - 1 = 0 \rightarrow (-1, 0) \\ f(0) &= (0)^2 + 0 = 0 \rightarrow (0, 0) \\ f(3) &= (3)^2 + 3 = 9 + 3 = 12 \rightarrow (3, 12) \end{aligned} \right\} \Rightarrow f = \{(-1, 0), (0, 0), (3, 12)\}$$

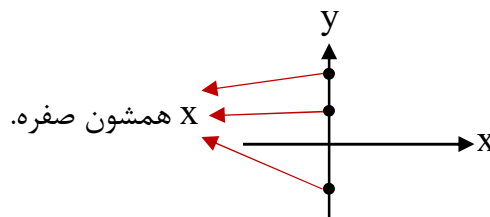
تابع $\left\{ \begin{aligned} f: \{-2, 1, 2\} &\rightarrow B \\ f(x) &= x^2 + 3 \end{aligned} \right.$ را به صورت نمایش زوج مرتبی بنویسید.

تیپ ۱۱: نقاط برخورد یک تابع با محورهای مفتصات

برخورد با محور X ها:



برخورد با محور Y ها:



مثال: تابع $f(x) = \frac{2x-6}{x+1}$ محور X ها و محور Y ها را در چه نقاطی قطع می کند؟

جواب:

برخورد با محور X $\Rightarrow \frac{2x-6}{x+1} = 0 \Rightarrow 2x-6=0 \Rightarrow 2x=6 \Rightarrow x=3$

فصل دوم: تابع (دوم دهم + دوم یازدهم)



۳۴

$$y \text{ برخورد با محور } x \Rightarrow \frac{2(0) - 6}{0 + 1} = \frac{-6}{1} = -6$$

تابع $g(x) = \frac{3x + 9}{x - 3}$ محور x ها و محور y ها را در چه نقاطی قطع می کند؟

تایپ ۱۲: تعداد توابع

(تعداد اعضای مجموعه اول)
تعداد توابع $= m^n$

مثال: اگر $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ و $B = \{a, b, c\}$ باشد، موارد زیر را حساب کنید.

الف) تعداد توابع از A به B

ب) تعداد توابع از B به A

جواب:

الف: $3^4 = 81$

ب: $4^3 = 64$

اگر $C = \{x, y, z, t\}$ و $D = \{4, 5\}$ باشد، موارد زیر را حساب کنید.

الف) تعداد توابع از C به D

ب) تعداد توابع از D به C

تست ۹۷: اگر دامنه و برد تابع $f = \{(1, 2), (a, 1), (-3, b)\}$ با هم برابر باشند، حاصل $a - b$ کدام است؟

(۴) -۵

(۳) ۵

(۲) -۱

(۱) ۱

تست ۹۸: اگر برد تابع $\{(1, 2), (2, x + 2), (3, y - 1), (4, 5)\}$ به صورت $R = \{2, 5\}$ باشد، حداکثر مقدار

$x - y$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) -۱

(۲) -۴

(۱) -۷



تست ۹۹: کدام یک از گزینه‌های زیر، دامنه و ضابطه یک تابع را به درستی نشان می‌دهد؟

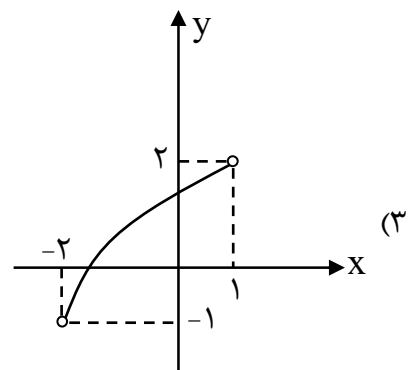
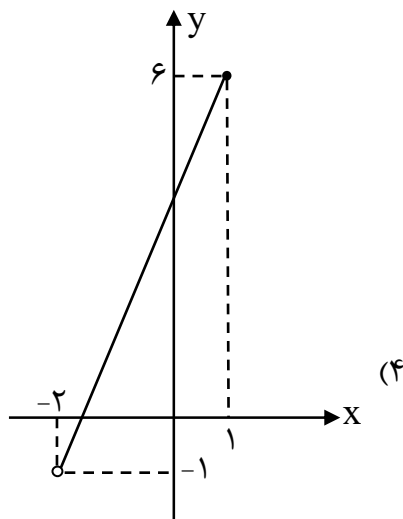
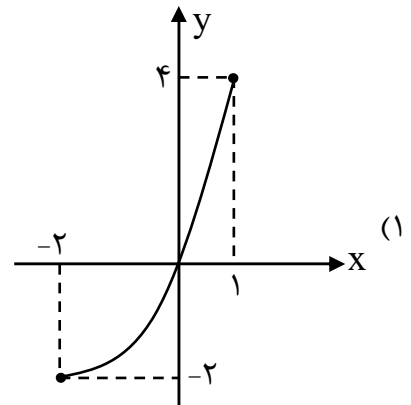
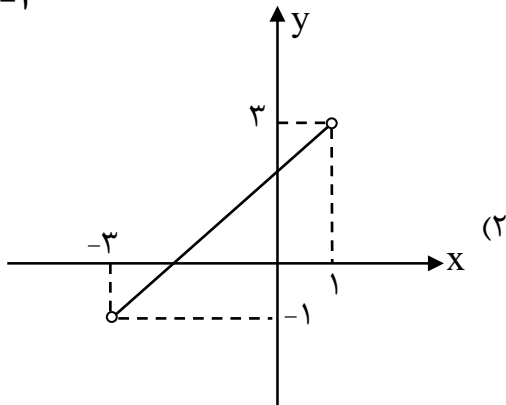
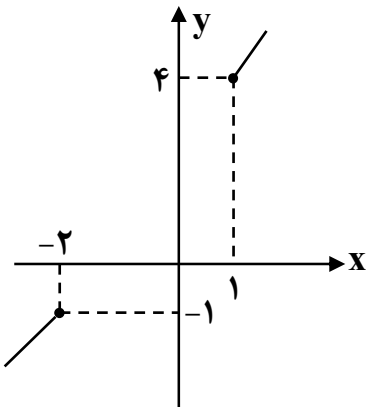
$$\begin{cases} f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{0, 3, 2\} \\ y = \frac{x+1}{x-1} \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{3, 6, 10\} \\ y = 3x \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z} \\ y = 2x - 5 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} f: \{4, 9\} \rightarrow \{4, 5, 7\} \\ y = \sqrt{x} + 2 \end{cases} \quad (3)$$

تست ۱۰۰: با اضافه کردن نمودار کدام گزینه به نمودار مقابل باز هم نمودار تابع به دست می‌آید؟



فصل دوم: تابع (دوم دهم + دوم یازدهم)



۳۶

تست ۱۰۱: تابع f به هر عدد حقیقی، ۴ واحد کمتر از دو برابر مکعب همان عدد را نسبت می دهد. ضابطه f کدام است؟

$$f(x) = 2(x - 4)^3 \quad (2)$$

$$f(x) = 2\sqrt[3]{x - 4} \quad (1)$$

$$f(x) = 2x^3 - 4 \quad (4)$$

$$f(x) = 2\sqrt[3]{x} - 4 \quad (3)$$

تست ۱۰۲: تابع f به هر عدد صحیح، سه برابر مکعب آن عدد به علاوه خودش را نسبت می دهد. ضابطه تابع f کدام است؟

$$\begin{cases} f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R} \\ y = 3x^2 + x \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ y = 3x^2 + x \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R} \\ y = 3x^3 + x \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ y = 3x^3 + x \end{cases} \quad (1)$$

تست ۱۰۳: در تابع با ضابطه $f(x) = ax^2 + bx - 2$ با شرط $f(1) = -3$ و $f(3) = 7$ ، مقدار b کدام است؟

$$1 \quad (4)$$

$$-1 \quad (3)$$

$$-2 \quad (2)$$

$$-3 \quad (1)$$

تست ۱۰۴: در تابع $f(x) = ax^2 + b$ اگر $f(-1) = 2f(2)$ و $f(4) + f(0) = -2$ باشد، حاصل $3f(1) - f(3)$ کدام است؟

$$\text{صفر} \quad (4)$$

$$20 \quad (3)$$

$$8 \quad (2)$$

$$-12 \quad (1)$$

تست ۱۰۵: اگر $f(x) = x^2 - 3x + 2$ ، آنگاه $f(x+2) - f(x-2)$ کدام است؟

$$4(2x - 3) \quad (4)$$

$$4(2x - 1) \quad (3)$$

$$4(x - 2) \quad (2)$$

$$4(x - 3) \quad (1)$$

تست ۱۰۶: برد تابع $f: \{-1, 3\} \rightarrow B$ کدام است؟ $f(x) = -2x + 1$

$$\{-1, 1\} \quad (4)$$

$$\{5, -3\} \quad (3)$$

$$\{3, -5\} \quad (2)$$

$$\{-1, 2\} \quad (1)$$





🔴 تست ۱۰۷: در تابع $f: A \rightarrow B$ ، $f(1) = 3$ و $f(2) = -\frac{1}{2}$ است. اگر $A = \mathbb{N}$ باشد، بزرگ‌ترین عضو $f(x) = \frac{a}{x^3} + b$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) صفر (۳) ۴ (۴) ۵

🔴 تست ۱۰۸: تابع $f(x) = \frac{2x+10}{x-1}$ ، محور xها و yها را به ترتیب در نقاطی به طول a و عرض b قطع می‌کند. مقدار $f(\frac{b}{a})$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) -۱۲ (۳) ۱۴ (۴) -۱۴

🔴 تست ۱۰۹: اگر ضابطه تابع f به صورت $f(x) = \frac{a-x}{b+2}$ و $f(b) = b$ باشد و تابع محور طولها را در نقطه‌ای به طول -۲ قطع کند، آنگاه f(ab) کدام است؟

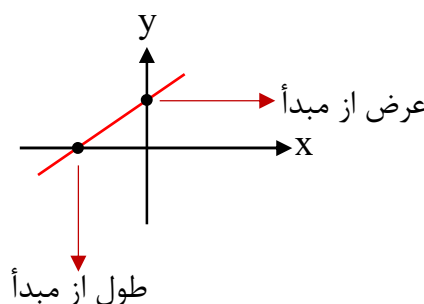
- (۱) صفر (۲) -۴ (۳) -۲ (۴) ۳

🔴 تست ۱۱۰: اگر از مجموعه ۲ عضوی A، به مجموعه B، ۶۴ تابع قابل تعریف باشد، چند تابع از مجموعه B قابل تعریف است؟

- (۱) ۶۴ (۲) ۱۲۸ (۳) ۲۵۶ (۴) ۵۱۲

📌 تپ ۱۳: تابع قطعی

📌 محل برخورد به محور طولها و عرضها را این‌گونه می‌نامند:



فصل دوم: تابع (دوم دهم + دوم یازدهم)



۳۸

نکته: معادلات $y = mx$ طور را خطوط مبدأ گذر می گویند.

معادله خطوط خاص:

ردیف	اسم	شیب	معادله	نمودار
۱	خطوط افقی	صفر	عدد $y =$ (عرض نقاط یکسانه)	
۲	خطوط عمودی	تعریف نشده	عدد $x =$ (طول نقاط یکسانه)	
۳	نیمساز ناحیه اول و سوم	۱	$y = x$ (طول و عرض نقاطش برابره)	
۴	نیمساز ناحیه دوم و چهارم	-۱	$y = -x$ (طول و عرض نقاطش قرینه‌اس)	

مثال: معادله خطی را بنویسید که از نقطه $(1, 7)$ عبور کرده و با خط $2y + 6x - 5 = 0$ موازی باشد.

جواب:

$$2y + 6x - 5 = 0 \Rightarrow 2y = -6x + 5 \xrightarrow{\div 2} y = -3x + \frac{5}{2}$$

$$\text{خط جدید: } y = -3x + h \xrightarrow{(1,7)} 7 = -3 + h \Rightarrow h = 10 \\ \Rightarrow y = -3x + 10$$



معادله خطی را بنویسید که از نقطه $(-2, 4)$ عبور کرده و با خط $-4y - 8x + 2 = 0$ موازی باشد.

نکته: خطوط عمود بر هم؟؟

مثال: محل تقاطع دو خط $2y - 3x = 3$ و $y = 4x - 1$ را به دست آورید.

جواب:

$$\begin{cases} y - 4x = -1 \\ 2y - 3x = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2y + 8x = 2 \\ 2y - 3x = 3 \end{cases} \Rightarrow 2y - 3x = 3 \Rightarrow 2y = 6 \Rightarrow y = 3$$

$$\underline{\hspace{1cm}} \quad 5x = 5 \Rightarrow x = 1$$

محل تقاطع دو خط $y = 2x + 3$ و $3y - 5x = 2$ را به دست آورید.

مثال: در تابع خطی $f(x) = -3x + 4$ ، در حالت مقابل برد را به دست آورید.

$$-2 \leq x < 2$$

جواب:

$$-2 \leq x < 2 \Rightarrow \begin{cases} f(-2) = -3(-2) + 4 = 6 + 4 = 10 \\ f(2) = -3(2) + 4 = -6 + 4 = -2 \end{cases} \Rightarrow -2 < y \leq 10$$

در تابع خطی $f(x) = 2x + 1$ ، در حالت مقابل برد را به دست آورید.

$$-1 \leq x \leq 3$$

مثال: رابطه بین درجه سانتی گراد و درجه فارنهایت به صورت $F = \frac{9}{5}C + 32$ است. اگر دمای جسمی 40° درجه سانتی گراد افزایش یابد، دمای آن بر حسب فارنهایت چقدر افزایش می یابد؟

جواب:

شیب رابطه خطی $\frac{9}{5}$ می باشد. پس $1 \Leftarrow C \Leftarrow \frac{9}{5}$ واحد F

فصل دوم: تابع (دوم دهم + دوم یازدهم)



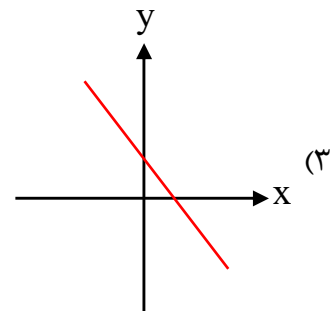
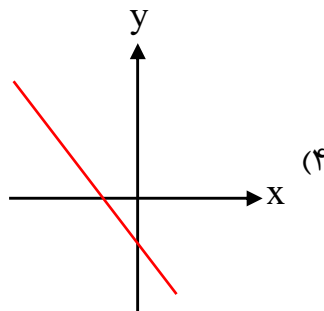
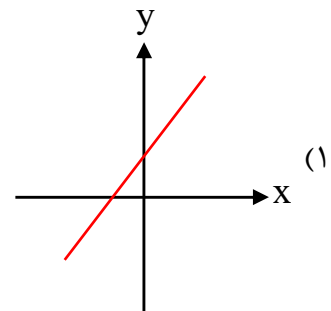
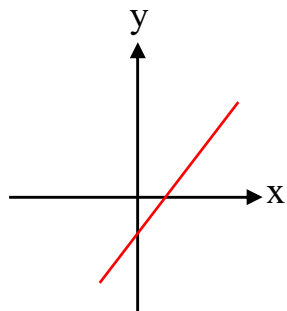
۴۰

پس $40 \Leftarrow$ واحد $C \Leftarrow 72 = 40 \times \frac{9}{5}$

رابطه بین درجه سانتی گراد و درجه فارنهایت به صورت $F = \frac{9}{5}C + 32$ است. اگر دمای جسمی ۲۵ درجه سانتی گراد کاهش یابد، دمای آن بر حسب فارنهایت چقدر کاهش می یابد؟

برای مسائل بازاریابی این تیپ شدیداً در فصل ۱ فعالیت کردیم.

تست ۱۱۱: کدام گزینه نمودار خط $y = -\frac{2}{3}x + 1$ را نشان می دهد؟



تست ۱۱۲: در یک تابع خطی اگر $f(1) = -5$ و $f(-3) = 23$ باشد، $f(2)$ کدام است؟

(۴) -۴

(۳) -۸

(۲) -۱۲

(۱) -۱۶

تست ۱۱۳: مختصات نقطه برخورد دو خط $y = \frac{x}{4} - 4$ و $y = 11 - 2x$ به صورت (a, b) است. مقدار $a - b$

کدام است؟

(۴) ۸

(۳) ۷

(۲) ۶

(۱) ۵



❶ تست ۱۱۴: اگر رابطه $\{(2, 2b), (3, 2a - 3b), (2, 5 - a), (3, -11), (a + b, c + 1)\}$ تابع باشد، تابع خطی

$f(x) = ax + c$ محور عرض‌ها را در کدام نقطه قطع می‌کند؟

- (۱) $(0, 6)$ (۲) $(0, 5)$ (۳) $(0, 4)$ (۴) $(0, 2)$

❷ تست ۱۱۵: نمودار تابع خطی $f(x) = (m - 2)x + n - 1$ از نقطه $(-1, -1)$ عبور کرده و محور x ها را در

نقطه‌ای به طول $-\frac{1}{5}$ قطع می‌کند. $m + n$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) -1 (۴) $\frac{9}{2}$

❸ تست ۱۱۶: نمودار یک تابع خطی از نقاط $(-2, a)$ ، $(-1, 3)$ و $(1, -4)$ می‌گذرد. مقدار a کدام است؟

(سراسری ۱۴۰۱)

- (۱) ۶ (۲) $\frac{6}{5}$ (۳) ۷ (۴) $\frac{7}{5}$

❹ تست ۱۱۷: سه نقطه متمایز $(a, 3)$ ، $(a^2 + 1, 12)$ و $(a^2 + a, 6)$ روی نمودار تابع خطی f قرار دارند. اگر a

عددی صحیح باشد، حاصل $f(2a - 1)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۹ (۳) -6 (۴) -3

❺ تست ۱۱۸: در تابع خطی f ، اگر $f(2) + f(4) = -9$ و $f(3) - f(1) = 1$ باشد، این تابع محور x ها را با کدام

طول قطع می‌کند؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

❻ تست ۱۱۹: اگر f یک تابع خطی باشد و داشته باشیم $f(x) + 2f(4) = 5x - 2$ ، حاصل $f(\sqrt{x} + 1)$ کدام

است؟

- (۱) $5x - 14$ (۲) $5\sqrt{x} - 14$ (۳) $5x - 9$ (۴) $5\sqrt{x} - 9$

فصل دوم: تابع (دوم دهم + دوم یازدهم)



۴۲

تست ۱۲۰: اگر تابع خطی $f(x) = (1-2m)x - \frac{2m+3}{2}$ ، به ازای همه مقادیر m از نقطه (α, β) بگذرد،

مقدار $\beta - \alpha$ کدام است؟ (سراسری نوبت دوم ۱۴۰۱)

(۴) $-\frac{5}{2}$

(۳) $\frac{5}{2}$

(۲) $-\frac{3}{2}$

(۱) $\frac{3}{2}$

تست ۱۲۱: مساحت مثلثی که از محل برخورد دو تابع $f(x) = -x + 7$ و $g(x) = 2x + 4$ و محل برخورد

این دو تا تابع با محور طول ها ایجاد می شود کدام است؟

(۴) ۵۴

(۳) ۲۷

(۲) ۳۰

(۱) ۱۵

تست ۱۲۲: در یک تابع خطی $f(1) = 5$ و $f(3) = -9$ است. اگر $A = \{x \in \mathbb{R} | 0 \leq x \leq 5\}$ دامنه تابع f

باشد، برد این تابع کدام است؟ (فارج ۱۴۰۱)

(۴) $-23 \leq y \leq 12$

(۳) $-47 \leq y \leq 12$

(۲) $-23 \leq y \leq 7$

(۱) $-47 \leq y \leq 7$

تست ۱۲۳: تابع خطی f ، گذرا از نقطه $M(2, 5)$ در نقطه ای به عرض ۹ با محور y ها برخورد کرده است. اگر

دامنه این تابع برابر با $A = \{x \in \mathbb{R} | 0 \leq x \leq 10\}$ باشد، برد این تابع شامل چند عدد صحیح است؟

(۴) ۲۳

(۳) ۲۲

(۲) ۲۱

(۱) ۲۰

تست ۱۲۴: رابطه بین دما بر حسب فارنهایت (F) و درجه سانتی گراد (C) به صورت $10F = 18C + 320$

است. چند درجه افزایش دما بر حسب فارنهایت معادل افزایش ۳۰ درجه سانتی گراد است؟

(۴) ۵۴

(۳) ۲۲

(۲) ۸۶

(۱) ۳۲

تست ۱۲۵: اختلاف دمای دو شهر ۳۶ درجه فارنهایت است. اختلاف دمای این دو شهر بر حسب سانتی گراد

کدام است؟ $(F = \frac{9}{5}C + 32)$

(۴) ۱۸

(۳) ۲۰

(۲) ۳۰

(۱) ۲۴





تایپ ۱۴: تابع درجه ۲

(۱) شکل سهمی:

$a < 0$	$a > 0$
اصطلاحاً می‌گوییم دهانه سهمی رو به پایین است.	اصطلاحاً می‌گوییم دهانه سهمی رو به بالاست.

(۲) رأس سهمی (S):

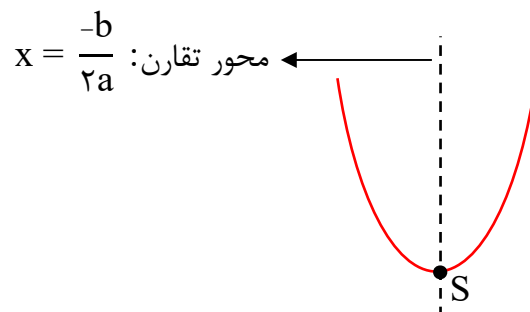
$$x_S = \frac{-b}{2a} \leftarrow \text{عرض جاگذاری } x \text{ در معادله}$$

نکته: اگر معادله سهمی به شکل $y = (x - \alpha)^2 + \beta$ نوشته شده باشد، مختصات رأس به صورت (α, β) است.

مثال:

$$y = 2(x + 3)^2 - 7 \xrightarrow{\text{رأس}} (-3, -7)$$

(۳) محور تقارن:



(۴) min یا max:

فصل دوم: تابع (دوم درم + دوم یازدهم)



۴۴

علامت a	شکل سهمی	min دارد یا max؟	کجا اتفاق می افتد؟	مقدار min یا max
$a > 0$		min	در رأس سهمی	$\min = \frac{-\Delta}{4a}$
$a < 0$		max	در رأس سهمی	$\max = \frac{-\Delta}{4a}$

مثال: مختصات رأس سهمی $y = 2x^2 - 12x + 1$ را به دست آورید.

جواب:

$$x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{12}{4} = 3 \xrightarrow{\text{جایگذاری}} 2(3)^2 - 12(3) + 1 = 18 - 36 + 1 = -17 \Rightarrow S(3, -17)$$

مختصات رأس سهمی $y = 3x^2 - 18x + 2$ را به دست آورید.

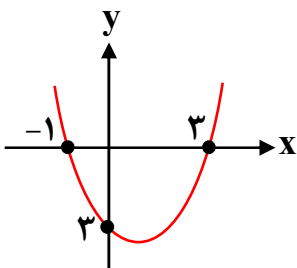
مثال: معادله محور تقارن سهمی $y = -4x^2 - 12x - 8$ را به دست آورید.

جواب:

$$x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{12}{-8} = -\frac{3}{2}$$

معادله محور تقارن سهمی $y = 2x^2 - 8x - 4$ را به دست آورید.

نمودار سهمی $y = x^2 - 2x - 3$ به صورت مقابل است. چرا؟





مثال: مختصات نقاط برخورد سهمی $y = 2x^2 - 5x - 7$ با محورهای مختصات را به دست آورید.

جواب:

محل برخورد با عرض‌ها $c = -7 \Rightarrow$

$$2x^2 - 5x - 7 = 0 \xrightarrow{a+c=b} x_1 = -1, \quad x_2 = \frac{-c}{a} = \frac{7}{2}$$

مختصات نقاط برخورد سهمی $y = x^2 - 6x - 7$ با محورهای مختصات را به دست آورید.

بچه‌های من شما اینجا با یه جواهر طرفید:

علامت	تعداد نقاط برخورد سهمی با محور Xها	نمودار سهمی
$\Delta > 0$	معادله درجه دوم، دو ریشه متمایز دارد. ← پس نقطه، محور Xها را قطع می‌کند.	یا یا
$\Delta = 0$	معادله درجه دوم، یک ریشه مضاعف دارد. ← پس یک نقطه بر محور Xها مماس می‌شود (در این حالت طول نقطه مماس، همان X رأس است که برابر با $-\frac{b}{2a}$ است).	یا یا
$\Delta < 0$	معادله درجه دوم، ریشه حقیقی ندارد. ← پس Xها را قطع نمی‌کند.	یا یا

مثال: محل تقاطع سهمی $y = x^2 + 2x - 1$ و خط $y = x + 5$ را به دست آورید.

جواب:

$$y = y \Rightarrow x^2 + 2x - 1 = x + 5 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 2 \end{cases}$$

فصل دوم: تابع (دوم دهم + دوم یازدهم)



۴۶

جاگذاری $\xrightarrow{x=-3} y = x + 5 \xrightarrow{x=-3} y = -3 + 5 = 2 \Rightarrow (-3, 2)$

جاگذاری $\xrightarrow{x=2} y = x + 5 \xrightarrow{x=2} y = 2 + 5 = 7 \Rightarrow (2, 7)$

محل تقاطع سهمی $y = x^2 + 6x - 1$ و خط $y = x - 5$ را به دست آورید.

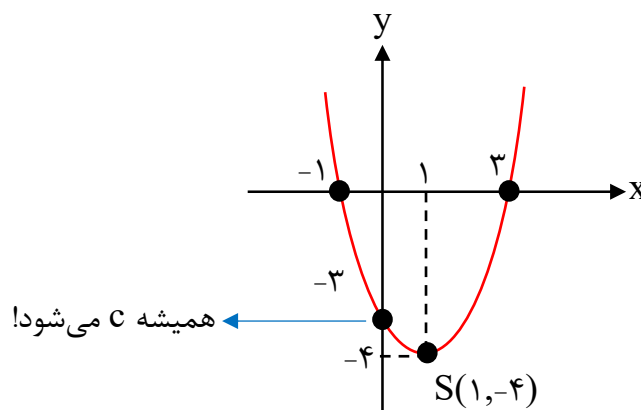


مثال: سهمی $y = x^2 - 2x - 3$ را رسم کنید.

جواب:

$$\left. \begin{aligned} x_S &= \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1 \\ y_S &= 1^2 - 2(1) - 3 = 1 - 2 - 3 = -4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow S = (1, -4)$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = +3 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$



سهمی $y = x^2 - 5x - 6$ را رسم کنید.



رسم سهمی با انتقال نمودار: ☒

$y = -(x \pm a)^2 \pm b$ (تأثیرگذاری از چپ به راست)

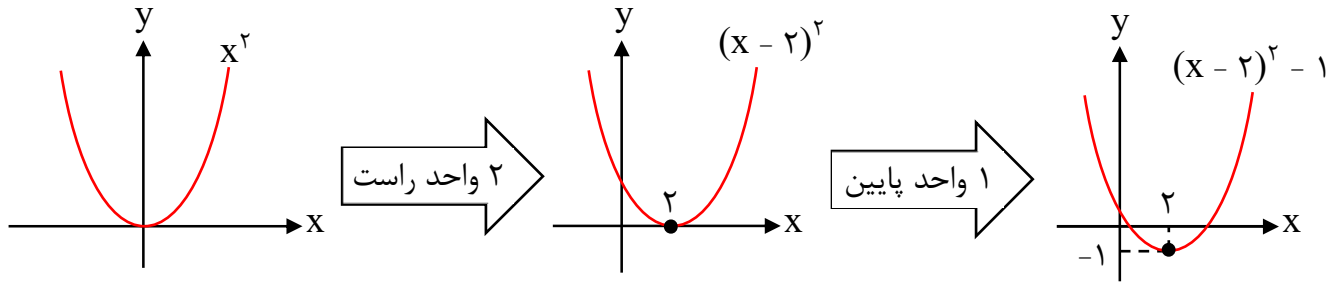


مثال: نمودار سهمی مقابل را رسم کنید.

$$y = (x - 2)^2 - 1$$

جواب:

در معادله سهمی فوق‌الذکر، «۲» حرکت اول است و «۱» حرکت دوم:



نمودار سهمی مقابل را رسم کنید.

$$y = (x + 3)^2 - 2$$

مثال: برد سهمی $y = x^2 - 2x - 2$ را به دست آورید.

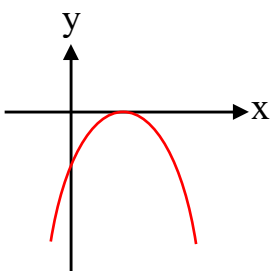
جواب:

$$y_S = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} = \frac{-((-2)^2 - 4(1)(-2))}{4(1)} = \frac{-(4 + 8)}{4} = \frac{-12}{4} = -3$$

$$\text{برد} \Rightarrow y \geq -3$$

برد سهمی $y = x^2 - 4x - 3$ را به دست آورید.

مثال: در سهمی روبه‌رو، علامت a , b , c و Δ را مشخص کنید.



فصل دوم: تابع (دوم دهم + دوم یازدهم)



۴۸

جواب:

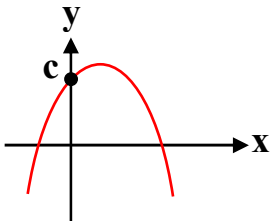
شیب مثبت؛ پس: $b > 0$

دهنه رو به پایین؛ پس: $a < 0$

محل برخورد با محور x : ۱ بار: $\Delta = 0$

عرض از مبدأ منفی: $c < 0$

در سهمی روبه‌رو، علامت a, b, c و Δ را مشخص کنید.



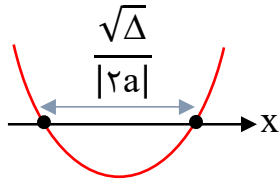
مهم‌ترین نکات سهمی (بچه‌های من! اینم به جواهره):

(۲) طول رأس سهمی یا محور تقارن سهمی هر دو از رابطه $x = \frac{-b}{2a}$ به دست می‌آید:	(۱) عرض نقطه برخورد سهمی با محور yها، همان c است:
(۴) اگر سهمی محور xها را در نقطه x_1 (یا x_2) قطع کرده باشد، آنگاه $f(x_1) = 0$ (یا $f(x_2) = 0$) است:	(۳) عرض رأس سهمی از رابطه $\frac{-\Delta}{4a}$ یا $f(\frac{-b}{2a})$ به دست می‌آید:
(۶) اگر خط افقی $y = k$، سهمی را فقط در یک نقطه قطع کند، آن وقت k همان عرض رأس است:	(۵) اگر سهمی بر محور xها مماس باشد، باید $\Delta = 0$ باشد:

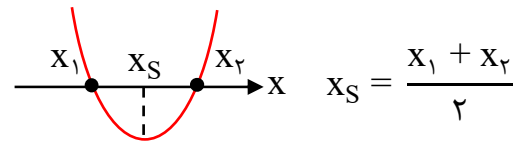


(۸) طول پاره‌خطی که سهمی روی محور x ها جدا می‌کند، برابر با اختلاف ریشه‌های سهمی است که

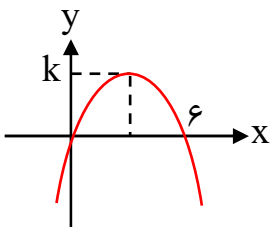
از رابطه $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$ به دست می‌آید:



(۷) میانگین طول نقاط برخورد سهمی با محور x ها، همان طول رأس است:



مثال: نمودار سهمی $y = ax^2 + 12x + c$ به صورت مقابل است. مقادیر a ، c و k را به دست آورید.



جواب:

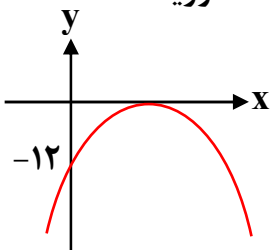
$$c = 0 \Rightarrow y = ax^2 + 12x$$

$$y = ax^2 + 12x \xrightarrow{(6,0)} 0 = a(6)^2 + 12(6) \Rightarrow 0 = 36a + 72$$

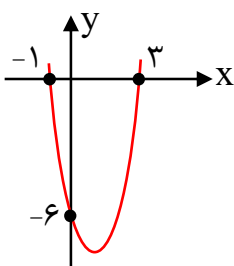
$$\Rightarrow 36a = -72 \Rightarrow a = -2$$

$$k = \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} = \frac{-(12^2 - 4(-2)(0))}{4(-2)} = \frac{-(144 - 0)}{-8} = \frac{144}{8} = 18$$

نمودار سهمی $f(x) = -3x^2 + bx + c$ به صورت مقابل است. مقدار $f(4)$ را به دست آورید.



مثال: معادله سهمی روبه‌رو را بنویسید.



فصل دوم: تابع (دوم دهم + دوم یازدهم)



۵۰

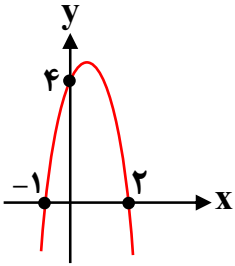
جواب:

$$y = a(x - x_1)(x - x_2) \Rightarrow y = a(x + 1)(x - 3)$$

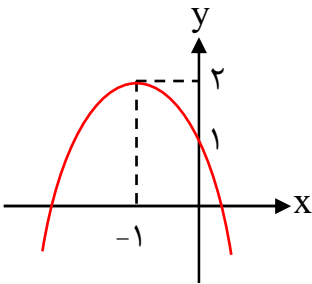
$$\xrightarrow{(0, -6)} -6 = a(0 + 1)(0 - 3) \Rightarrow -6 = -3a \Rightarrow a = 2$$

$$y = 2(x + 1)(x - 3) \Rightarrow y = 2x^2 - 4x - 6$$

معادله سهمی روبه‌رو را بنویسید.



مثال: معادله سهمی روبه‌رو را بنویسید.



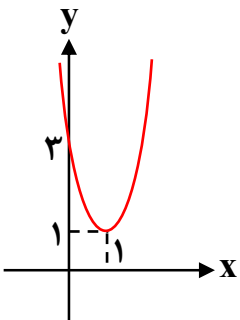
جواب:

$$y = a(x - x_S)^2 + y_S \xrightarrow{x_S = -1 \text{ و } y_S = 2} y = a(x + 1)^2 + 2$$

$$\xrightarrow{(0, 1)} 1 = a(0 + 1)^2 + 2 \Rightarrow 1 = a + 2 \Rightarrow a = -1$$

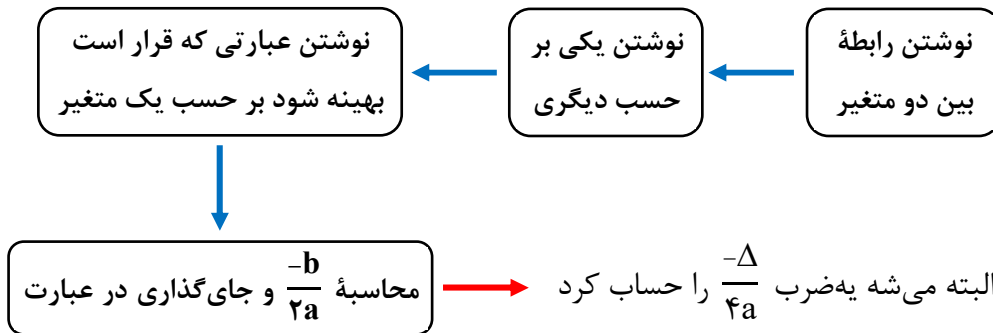
$$y = -(x + 1)^2 + 2 \Rightarrow y = -x^2 - 2x + 1$$

معادله سهمی روبه‌رو را بنویسید.





استراتژی حل سؤالات بهینه سازی:



مثال: مجموع ۳ برابر عددی با عددی دیگر ۱۲ است. بیشترین مقدار حاصل ضرب این دو عدد را به دست آورید.

جواب:

$$3x + y = 12 \Rightarrow y = -3x + 12$$

$$xy = x(-3x + 12) = -3x^2 + 12x \Rightarrow \frac{-12}{-6} = 2$$

$$\xrightarrow{x=2} \max = -3(2)^2 + 12(2) = -12 + 24 = 12$$

مجموع ۲ برابر عددی با عددی دیگر ۸ است. بیشترین مقدار حاصل ضرب این دو عدد را به دست آورید.

مثال: هزینه ثابت تولید یک کالا ۲۶۰۰ تومان و هزینه تولید هر کالا ۳۰ تومان است. اگر تابع درآمد به ازای تولید X واحد از این کالا به صورت $R(x) = \frac{-1}{2}x^2 + 80x + 1800$ باشد؛

الف) تابع هزینه را بنویسید.

ب) تابع سود را بنویسید.

پ) ماکزیمم سود به ازای تولید چند کالا به دست می آید؟

ت) ماکزیمم سود چقدر است؟

جواب:

الف:

$$C(x) = 30x + 2600$$

فصل دوم: تابع (دوم دهم + دوم یازدهم)



۵۲

ب:

$$P(x) = R(x) - C(x) = \left(-\frac{1}{2}x^2 + 80x + 1800\right) - (30x + 26000) \\ = -\frac{1}{2}x^2 + 80x + 1800 - 30x - 2600 \Rightarrow P(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 50x - 800$$

پ:

$$x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-50}{2(-\frac{1}{2})} = \frac{-50}{-1} = 50$$

ت:

$$P_{\max} = P(50) = -\frac{1}{2}(50)^2 + 50(50) - 800 = -1250 + 2500 - 800 = 450$$

هزینه ثابت تولید یک کالا ۳۲۰۰ و هزینه تولید هر کالا ۵۰ تومان است. اگر تابع درآمد به ازای تولید x

واحد از این کالا به صورت $R(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 60x + 1200$ باشد؛

الف) تابع هزینه را بنویسید.

ب) تابع سود را بنویسید.

پ) ماکزیمم سود به ازای تولید چند کالا به دست می آید؟

ت) ماکزیمم سود چقدر است؟

تست ۱۲۶: اگر طول رأس سهمی $y = 2x^2 - (m+1)x + 2m$ برابر ۱- باشد، عرض رأس سهمی کدام

است؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۸ (۲)

۵ (۱)

تست ۱۲۷: اگر خط $2x + 4$ محور تقارن سهمی $y = 3x^2 + mx - 16$ باشد، مقدار m کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۲ (۳)

۶ (۲)

۶ (۱)





❶ تست ۱۲۸: سهمی $y = -2x^2 + (k-1)x + m$ با خط $y = x - 1$ در نقطه A به طول ۱ و در نقطه B به عرض ۱ متقاطع اند. عرض رأس سهمی کدام است؟

- (۱) $\frac{9}{8}$ (۲) $\frac{11}{8}$ (۳) $\frac{17}{8}$ (۴) $\frac{13}{8}$

❷ تست ۱۲۹: حدود m کدام باشد تا رأس سهمی $y = x^2 + (2m+3)x + m^2 + 1$ در ناحیه اول مختصات باشد؟

- (۱) $-\frac{3}{2} < m < \frac{5}{12}$ (۲) $m < -\frac{3}{2}$ (۳) $m < -\frac{5}{12}$ (۴) $\emptyset$

❸ تست ۱۳۰: رأس سهمی $y = -x^2 + bx + 3$ روی خط $y = 4$ واقع است. اگر محور تقارن سهمی از ناحیه چهارم محورهای مختصات عبور کند، مقدار b کدام است؟ (سراسری مجدد ۱۴۰۱)

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲

❹ تست ۱۳۱: سهمی $y = 2x^2 + ax + b$ محور طولها را در دو نقطه به طولهای -۲ و ۷ قطع می کند. این سهمی محور عرضها را با کدام عرض قطع می کند؟

- (۱) ۱۴ (۲) -۱۴ (۳) ۲۸ (۴) -۲۸

❺ تست ۱۳۲: به ازای کدام مقدار a، بیشترین مقدار تابع $f(x) = ax^2 + 20x - 120$ برابر ۱۸۰ می باشد؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

❻ تست ۱۳۳: به ازای چند مقدار m، تابع $y = (1-18m)x^2 + 8(m^2+1)x + 11$ در نقطه ای به طول $\frac{1}{4}$ دارای

- ماکزیمم است؟ (فارج ۱۴۰۱)
(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) هیچ مقدار m (۴) تمام مقادیر m

فصل دوم: تابع (دوم دهم + دوم یازدهم)



۵۴

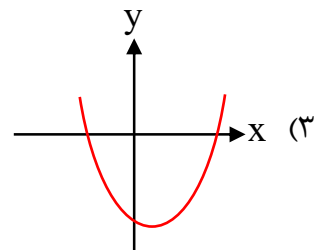
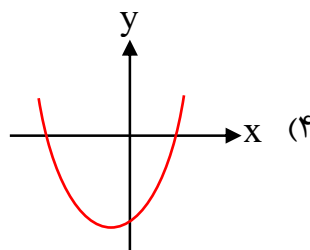
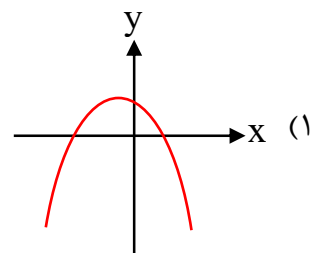
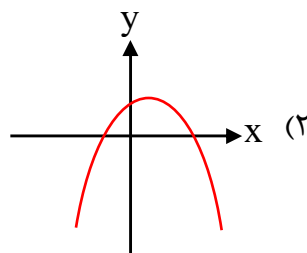
تست ۱۳۴: به ازای کدام مقدار m ، کمترین مقدار سهمی $y = (m - 2)x^2 + 2mx + m + 4 = 0$ برابر با ۲ است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) هیچ مقدار m

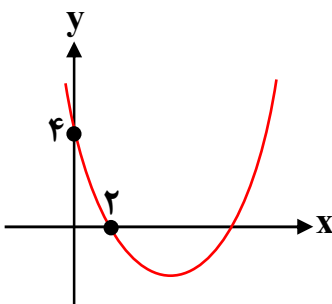
تست ۱۳۵: سهمی $y = -\frac{1}{2}x^2 + ax + b$ با خط $y = 13 - x$ در دو نقطه به طول های ۲ و ۸ متقاطع اند. مختصات رأس این سهمی کدام است؟

- (۱) $(1, 9)$ (۲) $(3, 9)$ (۳) $(3, 12)$ (۴) $(4, 13)$

تست ۱۳۶: نمودار تابع $f(x) = 2x^2 - x - 1$ کدام است؟



تست ۱۳۷: نمودار سهمی $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + (2b - a)x + a - b$ به صورت مقابل است. $f(-2)$ کدام است؟

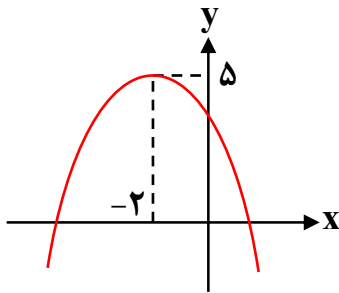


- (۱) ۸
(۲) ۱۰
(۳) ۱۲
(۴) ۱۴



(سراسری ۹۴)

تست ۱۳۸: شکل روبه‌رو، نمودار کدام تابع است؟



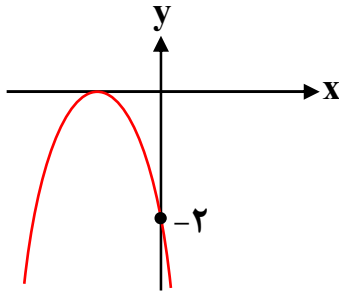
(۱) $y = x^2 + 4x + 3$

(۲) $y = -x^2 - 2x + 4$

(۳) $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$

(۴) $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$

تست ۱۳۹: شکل روبه‌رو، نمودار کدام تابع است؟



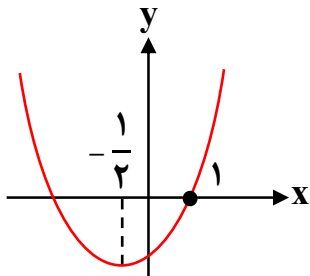
(۱) $y = -2x^2 + 4x - 2$

(۲) $y = -2x^2 - 4x - 2$

(۳) $y = -x^2 - 2x - 2$

(۴) $y = 2x^2 + 4x - 2$

تست ۱۴۰: شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = 2x^2 + ax + b$ است. b کدام است؟



(۱) -۴

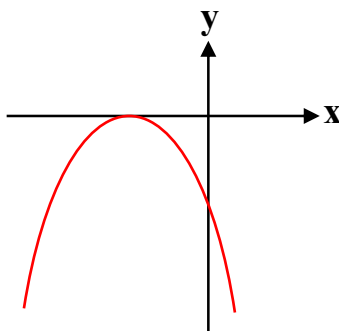
(۲) -۳/۵

(۳) -۳

(۴) -۲/۵

تست ۱۴۱: به ازای کدام مقدار a ، شکل زیر نمودار تابع $y = -3x^2 - 3x + a$ است؟

(سراسری مجدد ۱۴۰۱)



(۱) $\frac{3}{4}$

(۲) $-\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $-\frac{1}{2}$

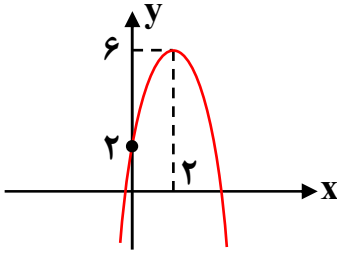


فصل دوم: تابع (دوم دهم + دوم یازدهم)



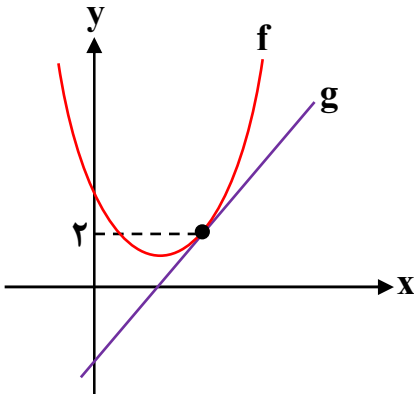
۵۶

تست ۱۴۲: شکل مقابل مربوط به سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ است. مقدار $f(5)$ کدام است؟



- (۱) -۳
- (۲) -۴
- (۳) -۵
- (۴) -۶

تست ۱۴۳: در شکل مقابل، نمودار سهمی $f(x) = x^2 + bx + c$ و خط $g(x) = 2x - 4$ رسم شده است.



مقدار $f(c)$ کدام است؟

- (۱) ۷
- (۲) ۸
- (۳) ۹
- (۴) ۱۰

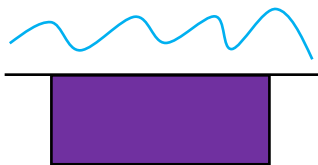
تست ۱۴۴: اختلاف دو عدد ۶ است. کمترین مقدار حاصل ضرب آنها چقدر است؟

- (۱) -۱۲
- (۲) -۹
- (۳) -۸
- (۴) -۶

تست ۱۴۵: با سیمی به طول ۶۰۰ متر، می‌خواهیم قطعه زمینی به شکل مستطیل را که یک طرف آن رودخانه

(سر(متری ۹۵)

است محصور کنیم. ماکزیمم مساحت این زمین، کدام است؟



- (۱) ۴۲۰۰۰
- (۲) ۴۵۰۰۰
- (۳) ۴۶۰۰۰
- (۴) ۴۸۰۰۰

تست ۱۴۶: فرض کنید تابع درآمد شرکتی به ازای تولید x محصول از یک کالا به صورت

$$R(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 30x \quad \text{و} \quad C(x) = ax + 18 \quad \text{تابع هزینه به صورت باشد. اگر بیشترین سود این شرکت، به}$$

(فاز ۱۴۰۰)

ازای تولید ۹ واحد کالا باشد مقدار a کدام است؟

- (۱) ۲۱
- (۲) ۱۸
- (۳) -۲۱
- (۴) -۳۹





📌 تست ۱۴۷: اگر معادله هزینه و درآمد x واحد کالا به صورت $C(x) = 800 + 40x$ و $R(x) = \frac{-x^2}{4} + 80x$

باشد، زمانی که سود ماکزیمم است، درآمد چقدر است؟

- (۱) ۳۲۰۰ (۲) ۴۸۰۰ (۳) ۴۲۰۰ (۴) ۳۶۰۰

📌 تست ۱۴۸: تابع هزینه حاصل از فروش x واحد از یک کالا به صورت $C(x) = \frac{x^2}{2} + 30x + 70$ و قیمت

فروش هر واحد آن k واحد پول است. اگر بیشترین مقدار سود به ازای فروش ۹۰ کالا و برابر t واحد پول باشد، حاصل $t + k$ کدام است؟

- (۱) ۴۱۰۰ (۲) ۴۱۲۰ (۳) ۴۱۴۰ (۴) ۴۱۶۰

📌 تپ ۱۵: تابع ثابت

* هرچی بدی، یه چی می ده! *

😊 مثال: اگر $f = \{(2, 6), (-5, a+2), (4, 2b)\}$ تابعی ثابت باشد، حاصل $a + b$ را به دست آورید.

✍ جواب:

$$a + 2 = 6 \Rightarrow a = 4$$

$$2b = 6 \Rightarrow b = 3$$

📌 اگر $f = \{(1, 4), (2, 3x+1), (4, -2y)\}$ تابعی ثابت باشد، حاصل $x + y$ را به دست آورید.

😊 مثال: اگر f تابعی ثابت و $f(1) + f(2) = 5f(3) - 12$ باشد، مقدار $f(0)$ را به دست آورید.

✍ جواب:

$$c + c = 5c - 12 \Rightarrow 3c = 12 \Rightarrow c = 4$$

$$f(0) = c = 4$$

📌 اگر f تابعی ثابت و $2f(3) - f(5) = -2f(1) + 9$ باشد، حاصل $f(6)$ را به دست آورید.

فصل دوم: تابع (دوم دهم + دوم یازدهم)



۵۸

تیپ ۱۶: تابع چندضابطه‌ای

مثال: اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & x > 2 \\ \frac{x+4}{x+2} & -1 < x \leq 2 \\ 5 & x \leq -1 \end{cases}$ باشد، مقادیر $f(2)$ ، $f(-\pi)$ و $f(1+\sqrt{3})$ را به دست آورید.

جواب:

$$f(2) = \frac{2+4}{2+2} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

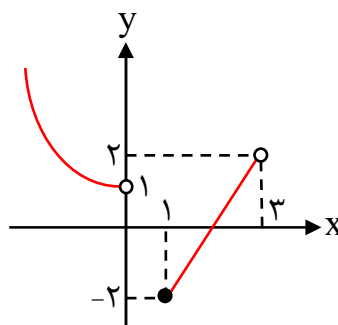
$$f(-\pi) = 5$$

$$f(1+\sqrt{3}) = (1+\sqrt{3})^2 - 2(1+\sqrt{3}) = 1 + 2\sqrt{3} + 3 - 2 - 2\sqrt{3} = 2$$

مثال: اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x > 3 \\ \frac{2x-1}{x+1} & -1 < x \leq 3 \\ 2 & x \leq -1 \end{cases}$ باشد، مقادیر $f(\sqrt{10})$ ، $f(0)$ و $f(-3/6)$ را به دست آورید.

مثال: نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x < 0 \\ 2x - 4 & 1 \leq x < 3 \end{cases}$ را رسم کنید.

جواب:



نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & x < -1 \\ 3x + 2 & 0 \leq x < 4 \end{cases}$ را رسم کنید.



تیپ ۱۷: تابع همانی

* هر چی بدی همونو می ده *

مثال: اگر $f = \{(2, a-1), (-3, b+1)\}$ تابع همانی باشد، $b-a$ را به دست آورید.

جواب:

$$\begin{aligned} a-1=2 &\Rightarrow a=3 \\ b+1=-3 &\Rightarrow b=-4 \\ \Rightarrow b-a &= -4-3 = -7 \end{aligned}$$

اگر $f = \{(3, x-1), (5, y+6)\}$ تابع همانی باشد، $x+y$ را به دست آورید.

مثال: اگر f تابع همانی و $f(13) + f(a-1) = f(2) \times f(2a)$ باشد، مقدار a را به دست آورید.

جواب:

$$13 + a - 1 = 2 \times 2a \Rightarrow 12 + a = 4a \Rightarrow 3a = 12 \Rightarrow a = 4$$

اگر f تابع همانی و $f(15) + f(2a-1) = f(3) \times f(a)$ باشد، مقدار a را به دست آورید.

تست ۱۴۹: اگر $f = \{(2, a-3b), (-5, 3a+b), (6, c+1), (-1, 12+a)\}$ تابعی ثابت باشد، مقدار c کدام

است؟

۲۰ (۴)

۱۹ (۳)

۱۸ (۲)

۱۷ (۱)

تست ۱۵۰: اگر $f = \{(m, 3m-1), (-1, k^2-k), (k^2-k, 2)\}$ تابع ثابت باشد، حاصل ضرب اعضای دامنه

f کدام است؟

(سراسری نوبت اول ۱۴۰۱)

-۸ (۴)

۸ (۳)

-۲ (۲)

۲ (۱)

فصل دوم: تابع (دوم دهم + دوم یازدهم)



۶۰

تست ۱۵۱: تابع $f = \{(8, n^2 + 4n), (m + 11, 5), (2n + 4m, k + 1)\}$ به طوری که $m, n \in \mathbb{N}$ باشند، یک

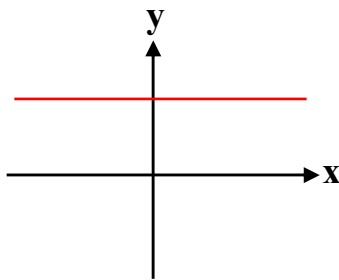
تابع ثابت دوجزوی است. حاصل $\frac{m+n}{k}$ کدام است؟ (آزمون وی‌آی‌پی)

- (۱) ۱ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{5}{4}$

تست ۱۵۲: اگر f تابعی ثابت و $f(4) + f(4^2) + f(4^3) = 1 - f(f(-4))$ باشد، حاصل $f(8)$ کدام است؟

- (۱) 2^2 (۲) 2^3 (۳) 2^{-2} (۴) 2^{-3}

تست ۱۵۳: اگر نمودار تابع $f(x) = (2n + 5)x^3 + (m^2 - 7m + 12)x^2 + (k + 2)x + 2n + m - k$ به صورت زیر باشد، حاصل $kn - m$ کدام است؟



- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۸ (۴) -۹

تست ۱۵۴: تابع $f(x) = (3k - 2)x + 5m - 2$ یک تابع ثابت است. اگر $f(2) = 3$ باشد، مقدار $3mk$ کدام است؟ (آزمون وی‌آی‌پی)

کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

تست ۱۵۵: $f(x)$ تابعی ثابت است طوری که رابطه $\frac{3f(-1) - 2}{f(1)} + \frac{2f(2) + 5}{f(-2) + 3} = 5$ برقرار است. حاصل

$f^2(3) + f(3)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) -۲ (۴) صفر

تست ۱۵۶: اگر $f(x) = (2x + a)(x - 2) + bx^2 + 7x$ تابعی ثابت باشد، مقدار $f(5) + 4f(1)$ کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۳۰ (۴) ۳۵



تست ۱۵۷: اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & x \geq 0 \\ \frac{a}{x} & x < 0 \end{cases}$ و $f(\sqrt{3} - 1) + 5f(\frac{-1}{4}) = -38$ باشد، a کدام است؟

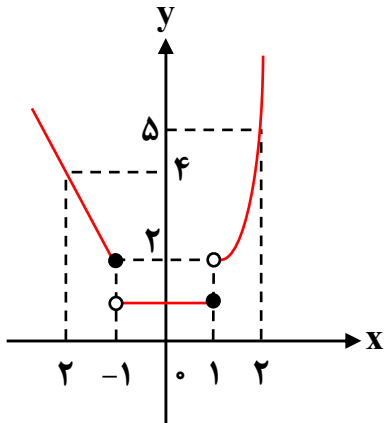
(۴) -۱

(۳) ۱

(۲) -۲

(۱) ۲

تست ۱۵۸: ضابطه تابع مقابل کدام است؟



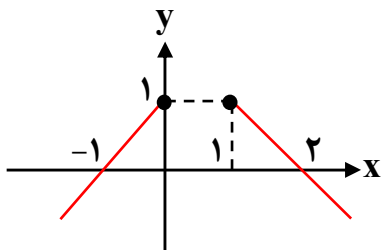
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & x > 1 \\ 1 & -1 < x \leq 1 \\ -\frac{1}{2}x & x \leq -1 \end{cases} \quad (۲)$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x > 1 \\ 1 & -1 \leq x \leq 1 \\ -2x & x < -1 \end{cases} \quad (۱)$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & x > 1 \\ 1 & -1 < x \leq 1 \\ -\frac{1}{2}x + 1 & x \leq -1 \end{cases} \quad (۴)$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x > 1 \\ 1 & -1 < x \leq 1 \\ -2x & x \leq -1 \end{cases} \quad (۳)$$

تست ۱۵۹: کدام گزینه ضابطه تابع رسم شده را نشان می دهد؟



$$f(x) = \begin{cases} -x + 1 & x \leq 1 \\ x - 2 & x \geq 1 \end{cases} \quad (۲)$$

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & x \leq 0 \\ x - 2 & x \geq 1 \end{cases} \quad (۱)$$

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & x \leq 0 \\ -x + 2 & x \geq 1 \end{cases} \quad (۴)$$

$$f(x) = \begin{cases} -x + 1 & x \leq 1 \\ -x + 2 & x \geq 1 \end{cases} \quad (۳)$$

فصل دوم: تابع (دوم دهم + دوم یازدهم)



۶۲

تست ۱۶۰: مساحت محصور بین نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 3x+6 & x < 2 \\ -x+14 & x \geq 2 \end{cases}$ و محور x ها کدام است؟

- (۱) ۱۹۲ (۲) ۹۶ (۳) ۱۴۴ (۴) ۷۲

تست ۱۶۱: اگر تابع $f(x) = \begin{cases} a(x+2)+2x & x \geq 3 \\ (2a-b)x^2+cx+d & x < 3 \end{cases}$ یک تابع ثابت باشد، میانگین a, b, c و d کدام است؟

- (۱) $2/5$ (۲) $-2/5$ (۳) $3/5$ (۴) $-3/5$

تست ۱۶۲: اگر $f(x) = \begin{cases} x^2-2x & x < 1 \\ x^2+10x & x \geq 1 \end{cases}$ ، مجموع مقادیر a برای آنکه $f(a) = 24$ باشد، کدام است؟

- (۱) -۱۶ (۲) -۲ (۳) ۸ (۴) -۸

تست ۱۶۳: تابع $f = \left\{ (a-11, 7-a), (6b, b^2+a), (c-a, \frac{b}{3}+1) \right\}$ همانی است. مقدار c کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴) ۱۴

تست ۱۶۴: اگر رابطه $f = \left\{ (a^2-1, b), (a^2-2a-4, a), (a+b, c) \right\}$ یک تابع همانی با سه زوج مرتب

متمايز باشد، مقدار $a+b+c$ کدام است؟

- (۱) ۳۴ (۲) ۱۹ (۳) ۳۸ (۴) ۱۷

تست ۱۶۵: زوج مرتب $(8m+n, n+m^2)$ مربوط به یک تابع همانی و زوج مرتب $(32, m^2-n)$ مربوط

به یک تابع ثابت با برد $\{-5\}$ است. مقدار $\frac{mn}{69}$ کدام است؟ ($m \neq 0$)

- (۱) ۸ (۲) ۶۹ (۳) -۸ (۴) -۶۹



تست ۱۶۶: اگر تابع $f = \{(b+1, a+2), (3a, b-3), (d, 2c-1)\}$ تابعی ثابت و تابع

$g = \{(2a, -b-1), (c+5, d)\}$ همانی باشد، حاصل $2c - 8d$ کدام است؟

- (۱) -۷۰ (۲) -۴۳ (۳) -۲۱ (۴) -۱۵

تست ۱۶۷: اگر $f(x) = \frac{3x^3 + 3x^2 + cx + d}{ax^2 + bx - 1}$ تابع همانی باشد، مقدار $a + b + c + d$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

تست ۱۶۸: اگر تابع $f(x) = a(x+1)^2 + x^2 + bx + c + 3$ همانی باشد، مقدار $\frac{a+b}{c}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

تست ۱۶۹: برای برخی مقادیر x زوج مرتب $(f(x) + f(-x), 3x^2 - 17x + 10)$ روی نیم‌ساز ناحیه دوم و

چهارم قرار دارد. اگر تابع f همانی با دامنه $\mathbb{R}$ باشد، اختلاف مقادیر x کدام است؟

(سراسری نوبت اول ۱۴۰۱)

- (۱) $\frac{7}{3}$ (۲) $\frac{10}{3}$ (۳) $\frac{13}{3}$ (۴) $\frac{17}{3}$

تست ۱۷۰: تابع f ، تابع ثابت و برای $m, n \in \mathbb{N}$ داریم: $f(m) + f(n) = f(m)f(n)$. اگر دو زوج مرتب

$(m^2 - 4m + 6, nf(n))$ و $(2n^2 - 7n + 1, -f(m))$ روی نیم‌ساز ناحیه اول و سوم باشند، مقدار $\left| \frac{mn}{5} \right|$

(سراسری نوبت دوم ۱۴۰۱)

کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

تیب ۱۸: تابع پلکانی

مثال: اگر تابع $f(x) = \begin{cases} (a+2)x + 3 & x \geq 1 \\ \frac{b}{x} + a^2 & x < 2 \end{cases}$ یک تابع پلکانی باشد، مقدار a, b و $f(a)$ را به دست آورید.

فصل دوم: تابع (دوم دهم + دوم یازدهم)



۶۴

جواب:

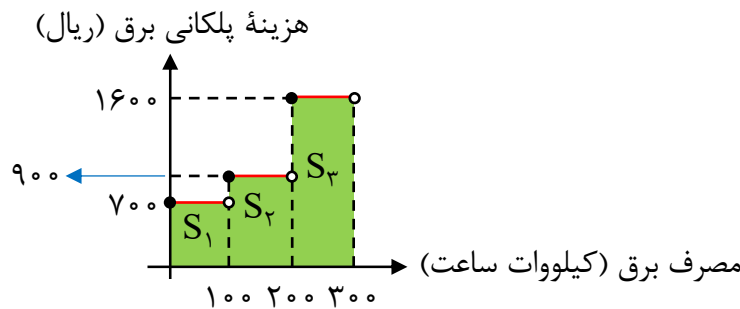
$$a + 2 = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$b = 0$$

$$f(x) = \begin{cases} (-2+2)x + 3 & x \geq 1 \\ - + (-2)^2 & x < 1 \end{cases} = \begin{cases} 3 & x \geq 1 \\ 4 & x < 1 \end{cases} \Rightarrow f(a) = f(-2) = 4$$

اگر تابع $f(x) = \begin{cases} (k-1)x + 5 & x \geq 0 \\ k + 2 & x < 0 \end{cases}$ یک تابع پلکانی باشد، مقدار $f(-1)$ را به دست آورید.

مثال: هزینه برق مصرفی، به ازای ۳۰۰ کیلووات ساعت:



جواب:

$$S_1 + S_2 + S_3 = (100 \times 700) + (100 \times 900) + (100 \times 1600) = 700000 + 900000 + 1600000 = 3200000$$

تایپ ۱۹: تابع علامت (sign)

مثال: حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

الف) $\text{sign}(2 - \sqrt{10})$

ب) $\text{sign}(\pi - 3/14)$

پ) $2\text{sign}(a^2 + 3) + \text{sign}\left(-\frac{\sqrt{7}}{2}\right)$

جواب:

$$\text{sign}(2 - \sqrt{10}) = -1$$

$$\text{sign}(\pi - 3/14) = 1$$



$$2\text{sign}(a^2 + 3) + \text{sign}\left(-\frac{\sqrt{7}}{2}\right) = 2 - 1 = 1$$

حاصل عبارات زیر را به دست آورید.



الف) $\text{sign}(1 - \sqrt{2}) =$

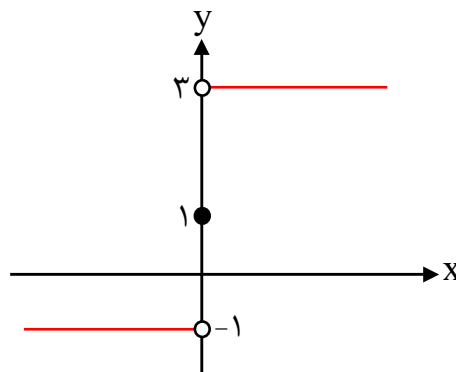
ب) $\text{sign}(2 - \sqrt{2}) =$

پ) $3\text{sign}(\pi^2 + 1) + \text{sign}\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right) =$

مثال: نمودار تابع $y = 2\text{sign}(x) + 1$ را رسم کنید.

جواب:

$$2\text{sign}(x) + 1 = \begin{cases} 2(1) + 1 & x > 0 \\ 2(0) + 1 & x = 0 \\ 2(-1) + 1 & x < 0 \end{cases} \Rightarrow 2\text{sign}(x) + 1 = \begin{cases} 3 & x > 0 \\ 1 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$



نمودار $y = 3\text{sign}(x) - 1$ را رسم کنید.



تیب ۲۰: جزء صمیم (براکت)

مثال: حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

الف) $[6/8] = 6$

ب) $[-6/8] = -7$

پ) $[\sqrt{2}] = 1$

ت) $[\pi - 1] = 2$

فصل دوم: تابع (دوم دهم + دوم یازدهم)



۶۶

ث) $[-5] = -5$

حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

الف) $[3/2] =$

ب) $[-3/2] =$

پ) $[\sqrt{5}] =$

ت) $[-9/8] =$

ث) $[7] =$

مثال: اگر $f(x) = \left[x + \frac{3}{4} \right] - [-x]$ باشد، حاصل $f\left(\frac{11}{2}\right)$ را به دست آورید.

جواب:

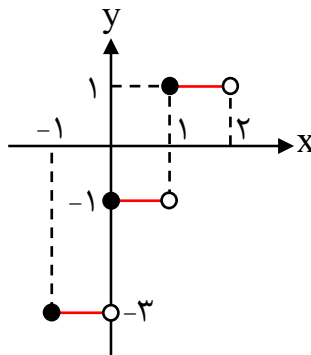
$$f\left(\frac{11}{2}\right) = \left[\frac{11}{2} + \frac{3}{4} \right] - \left[-\frac{11}{2} \right] = \left[\frac{25}{4} \right] - \left[-\frac{11}{2} \right] = 6 - (-6) = 12$$

مثال: اگر $f(x) = \left[2x - \frac{1}{6} \right] - \left[\frac{1}{2}x \right]$ باشد، حاصل $f\left(\frac{7}{4}\right)$ را به دست آورید.

مثال: نمودار تابع $y = 2[x] - 1$ با دامنه $-1 \leq x < 2$ را رسم کنید.

جواب:

$$2[x] - 1 = \begin{cases} 2(-1) - 1 & -1 \leq x < 0 \\ 2(0) - 1 & 0 \leq x < 1 \\ 2(1) - 1 & 1 \leq x < 2 \end{cases} = \begin{cases} -3 & -1 \leq x < 0 \\ -1 & 0 \leq x < 1 \\ 1 & 1 \leq x < 2 \end{cases}$$



نمودار تابع $y = 3[x] + 1$ با دامنه $-2 \leq x < 1$ را رسم کنید.



مثال: اگر $[2x + 1] = -5$ باشد، محدوده x و سپس مقادیر $[-x]$ را به دست آورید.

جواب:

$$-5 \leq 2x + 1 < -4 \xrightarrow{-1} -6 \leq 2x < -5 \xrightarrow{\div 2} -3 \leq x < -2.5$$

$$\xrightarrow{\times (-1)} 3 \geq -x > 2.5 \Rightarrow [-x] = 2 \text{ یا } 3$$

اگر $[4x + 2] = 6$ باشد، محدوده x و سپس مقادیر $[x]$ را به دست آورید.

تیب ۱۱: قدر مطلق

مثال: حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $|3 - (5 \times 2)| = |-7| = 7$

ب) $|2 - \pi| + |4 - \pi| = -2 + \pi + -4 - \pi = 2$

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $|(4 - 3) \times 3| =$

ب) $|3 - 2\sqrt{2}| - 2|\sqrt{2} - 2| =$

مثال: اگر $2 < x < 5$ باشد، عبارت $2|x - 2| + |x - 5|$ را بدون قدر مطلق بنویسید.

جواب:

$$2|x - 2| + |x - 5| = 2x - 4 - x + 5 = x + 1$$

اگر $1 < x < 4$ باشد، عبارت $3|x - 1| + |x - 4|$ را بدون قدر مطلق بنویسید.

مثال: معادله مقابل را حل کنید.

$$|2x - 7| = 5$$

فصل دوم: تابع (دوم دهم + دوم یازدهم)



۶۸

جواب:

$$\begin{cases} 2x - 7 = 5 \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = 6 \\ 2x - 7 = -5 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

معادله مقابل را حل کنید.

$$|3x + 2| = 7$$

مثال: تابع $f(x) = |x + 7|$ را به صورت چندضابطه‌ای بنویسید.

جواب:

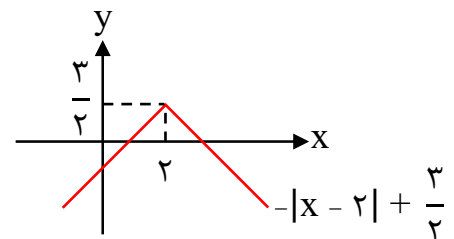
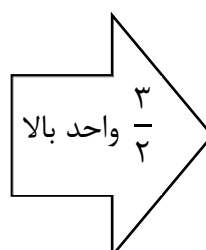
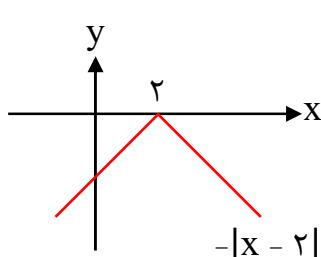
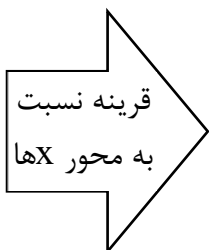
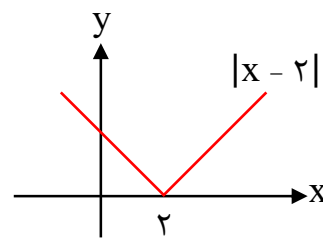
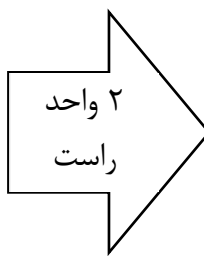
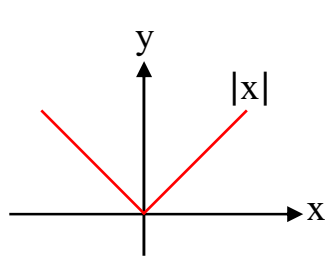
$$x + 7 = 0 \Rightarrow x = -7 \Rightarrow \begin{cases} x + 7 & x \geq -7 \\ -x - 7 & x < -7 \end{cases}$$

تابع $f(x) = |-x + 2|$ را به صورت چندضابطه‌ای بنویسید.

مثال: نمودار تابع $y = -\frac{1}{2}|4 - 2x| + \frac{3}{2}$ را رسم کنید.

جواب:

$$y = -\frac{1}{2}|4 - 2x| + \frac{3}{2} = -\frac{1}{2} \times 2|x - 2| + \frac{3}{2} = -|x - 2| + \frac{3}{2}$$





نمودار تابع $y = -\frac{1}{3}|9 - 6x| - 2$ را رسم کنید.

مثال: انتقال‌ها و قرینه‌یابی‌های زیر را روی تابع $y = |2x - 1| - 2$ انجام دهید و ضابطه تابع به دست آمده را بنویسید:

(الف) ۲ واحد به چپ

(ب) ۳ واحد به بالا

پ (قرینه نسبت به محور Xها)

جواب:

$$\text{الف) } y = |2x - 1| - 2 \xrightarrow{x \rightarrow x+2} y = |2(x+2) - 1| - 2 = |2x + 4 - 1| - 2 = |2x + 3| - 2$$

$$\text{ب) } y = |2x - 1| - 2 + 3 = |2x - 1| + 1$$

$$\text{پ) } y = -(|2x - 1| - 2) = -|2x - 1| + 2$$

انتقال‌ها و قرینه‌یابی‌های زیر را روی تابع $y = |3x + 2| - 3$ انجام دهید و تابع به دست آمده را بنویسید:

(الف) ۳ واحد به بالا

(ب) ۲ واحد به پایین

پ (قرینه نسبت به محور Yها)

تست ۱۷۱: در تابع پلکانی $f(x) = \begin{cases} (k-1)x + 5 & x \geq 0 \\ k + 2 & x < 0 \end{cases}$ مقدار $f(-1)$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) -۲

(۳) ۳

(۴) -۱

فصل دوم: تابع (دوم دهم + دوم یازدهم)



۷۰

تست ۱۷۲: به ازای کدام مقدار a در تابع $f(x) = \begin{cases} a^2 - ab & x \leq -2 \\ 4 & -2 < x < 3 \\ 2b + 3 & x \geq 3 \end{cases}$ رابطه $f(4) - f(2) = 7$ و

$f(-4) = 6$ برقرار است؟

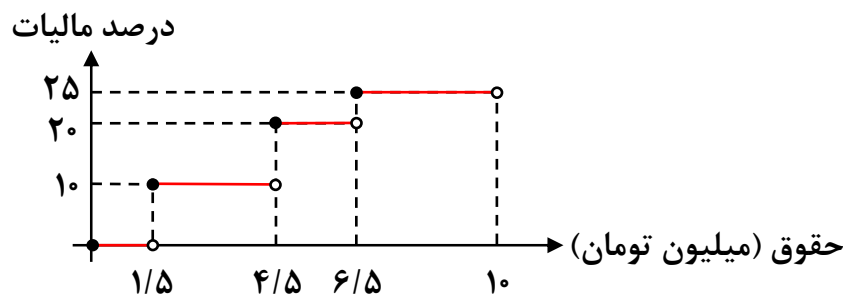
- (۱) $2\sqrt{10} - 4$ (۲) $\sqrt{10} + 2$ (۳) $2 + 2\sqrt{10}$ (۴) $4 - 4\sqrt{10}$

تست ۱۷۳: اگر $f(x) = \begin{cases} 3b - 1 & x \leq -2 \\ a + b & -2 < x < 2 \\ (a - 5)x + b & x \geq 2 \end{cases}$ یک تابع پلکانی با برد دوعضوی باشد، مجموع اعضای برد

چه مقداری می توانند داشته باشند؟

- (۱) ۱۱، ۶ (۲) ۱۱، ۵، ۶ (۳) $\frac{1}{2}$ ، ۳ (۴) $\frac{1}{2}$ ، ۳، ۰

تست ۱۷۴: نمودار مقابل رابطه بین مالیات کارمندان یک شرکت و حقوقشان را نشان می دهد. با توجه به این نمودار، کارمندی که $\frac{8}{5}$ میلیون تومان حقوق می گیرد، چقدر باید مالیات بدهد؟



- (۱) ۱,۰۰۰,۰۰۰
(۲) ۱,۱۰۰,۰۰۰
(۳) ۱,۲۰۰,۰۰۰
(۴) ۱,۳۰۰,۰۰۰

تست ۱۷۵: یک شرکت تصمیم دارد حقوق کارمندان خود را در سال آینده مطابق با جدول زیر افزایش دهد. اگر حقوق کارمندی در سال آینده ۹,۵۶۰,۰۰۰ تومان شود، حقوق او چقدر افزایش یافته است؟

حقوق ماهیانه (تومان)	میزان افزایش حقوق (درصد)
حقوق تا ۴ میلیون	۲۵
مزداد بر ۴ میلیون تا ۸ میلیون	۲۰
مزداد بر ۸ میلیون	۱۰

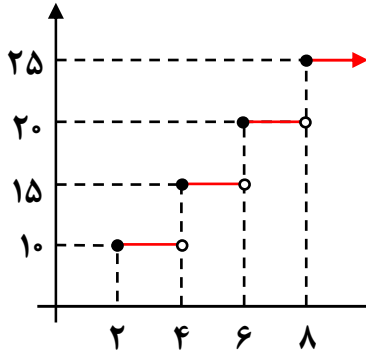
- (۱) $\frac{1}{76}$ میلیون تومان
(۲) $\frac{1}{46}$ میلیون تومان
(۳) $\frac{1}{96}$ میلیون تومان
(۴) $\frac{1}{26}$ میلیون تومان



تست ۱۷۶: نمودار روبه‌رو درصد مالیات بر حسب میزان دریافتی کارمندان یک اداره را نشان می‌دهد. اگر

شخصی ۷۲۰,۰۰۰ تومان مالیات پرداخت کرده باشد، حقوق ماهانه‌اش چند میلیون تومان بوده است؟

درصد مالیات



دریافتی ماهانه (میلیون تومان)

(۱) ۷

(۲) ۷/۱

(۳) ۷/۲

(۴) ۷/۵

تست ۱۷۷: اگر $\text{sign}(x^2 + 2x - 8) = 0$ باشد، مقادیر x کدام است؟

(۴) -۴ و -۲

(۳) ۲ و -۴

(۲) -۲ و ۴

(۱) ۲ و ۴

تست ۱۷۸: به ازای کدام مقدار x ، $\text{sign}(2x^2 + 4x - 1) = 0$ برقرار است؟

(۴) $\frac{1}{2}(2 - \sqrt{6})$

(۳) $\frac{1}{2}(\sqrt{6} - 2)$

(۲) $\sqrt{6} + 2$

(۱) $-\sqrt{6} - 2$

تست ۱۷۹: تابع $f(x) = -2x + \text{sign}(x - 1)$ با دامنه $\left\{\frac{3}{2}, 0, -1, 2\right\}$ مفروض است. دامنه تغییرات برد تابع

f کدام است؟

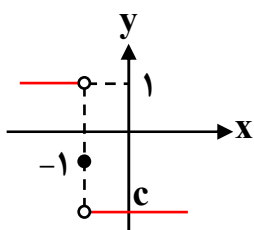
(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۵

تست ۱۸۰: نمودار تابع $y = -2\text{sign}(x + a) + b$ به شکل مقابل است. مقدار $a + b + c$ کدام است؟



(۱) -۲

(۲) -۳

(۳) -۴

(۴) -۵

فصل دوم: تابع (دوم دهم + دوم یازدهم)



۷۲

تست ۱۸۱: حاصل عبارت $[\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + [\sqrt{3}] + \dots + [\sqrt{10}]$ کدام است؟

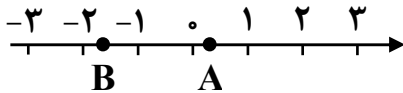
۲۰ (۴)

۱۹ (۳)

۱۸ (۲)

۱۷ (۱)

تست ۱۸۲: با توجه به محور زیر، حاصل $2[-2A] + [1-B]$ کدام است؟



-۴ (۱)

-۲ (۲)

صفر (۳)

۲ (۴)

تست ۱۸۳: حاصل $[\sqrt[3]{25}] + 2\text{sign}([\sqrt{3}-1]) + 3[\text{sign}(2-\sqrt{3})]$ کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

تست ۱۸۴: در تابع $f(x) = \left\lfloor x + \frac{3}{2} \right\rfloor - \lfloor -x \rfloor$ مقدار $f(\frac{9}{4}) + f(-\frac{1}{2})$ کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

تست ۱۸۵: اگر $f(x) = \left\lfloor x \right\rfloor + \left\lceil \frac{1}{x} \right\rceil$ باشد، حاصل $f(\pi) + f(\sqrt{3})$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

تست ۱۸۶: اگر $f(x) = \begin{cases} (3-2a)x+1 & x > 1 \\ (b+3)x^2+a & x \leq 1 \end{cases}$ تابع پلکانی باشد، حاصل $\left\lfloor -\frac{b}{2} \right\rfloor + [a+f(0)]$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

۶ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

تست ۱۸۷: مساحت زیر نمودار $f(x) = \lfloor x \rfloor \cdot \text{sign}(x)$ در محدوده $-2 \leq x < 2$ چند واحد مربع است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



تست ۱۸۸: فرض کنید $f(x) = \frac{2x-1}{[x] - \text{sign}(x)}$ ، بر مجموعه $\{-2/5, 2/1, 0/1, 8/4\}$ تعریف شده باشد، ماکزیمم

(فارج ۱۱۵۰۰)

عضو مجموعه برد تابع f کدام است؟

۴ (۴)

۳/۲ (۳)

۳ (۲)

۷/۳ (۱)

تست ۱۸۹: در تابع $f(x) = \begin{cases} [x] + [-x] + a & x \notin \mathbb{Z} \\ 2\text{sign}(-x) & x \in \mathbb{Z} \end{cases}$ اگر $f(-3) + f(\sqrt{3}) = 5$ باشد، مقدار

$\frac{f(\frac{a}{2}) + f(\sqrt{a})}{f(\frac{a}{3})}$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

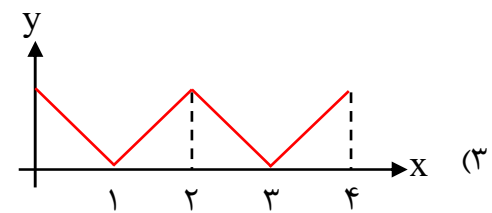
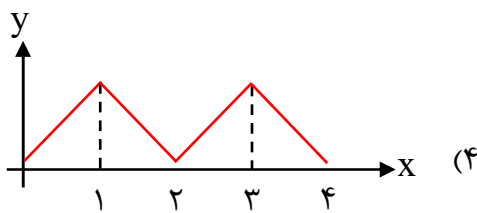
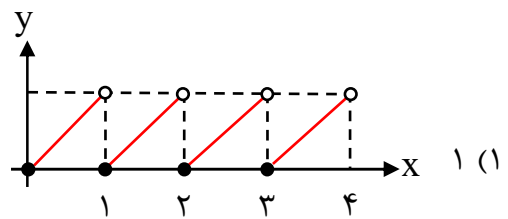
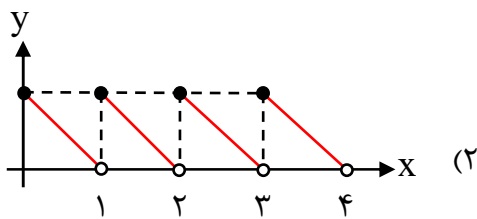
$-\frac{4}{3}$ (۴)

$\frac{3}{5}$ (۳)

۲ (۲)

$-\frac{5}{3}$ (۱)

تست ۱۹۰: اگر مخزن شن یک ساعت شنی با سرعت ثابت از قسمت بالا در مدت یک ساعت به قسمت پایین بریزد، نمودار مربوط به خالی شدن آن برای ۴ بار کدام است؟



فصل دوم: تابع (دوم دهم + دوم یازدهم)



۷۴

تست ۱۹۱: اگر $f(x) = \begin{cases} |x| \operatorname{sign}(-x) & [x] \geq 0 \\ 2 - \operatorname{sign}(-x) & [x] < 0 \end{cases}$ باشد، حاصل $f(\frac{1}{3}) + f(-\frac{1}{3})$ کدام است؟

(سراسری نوبت اول ۱۴۰۳)

(۴) $\frac{10}{3}$

(۳) $-\frac{5}{6}$

(۲) $-\frac{1}{4}$

(۱) $\frac{1}{2}$

تست ۱۹۱: اگر $f(x) = \begin{cases} x^4 & [x] > 2 \\ x^2 & 0 < [x] \leq 2 \\ \frac{x+1}{x-1} & [x] \leq 0 \end{cases}$ باشد، حاصل $f(\sqrt{7}) + 2f(\frac{1}{2})$ کدام است؟

(مثل کنکور)

(۴) $49/5$

(۳) $7/5$

(۲) 43

(۱) 1

تست ۱۹۲: اگر $[x] = 2$ باشد، حاصل $A = |x-2| - |x-4|$ کدام است؟

(۴) $-2x + 6$

(۳) $2x - 6$

(۲) -2

(۱) 2

تست ۱۹۳: به ازای $2 < x < 4$ ، حاصل عبارت $|8-x| + \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor + \operatorname{sign}(x-5)$ برابر با $ax + b$ است. مقدار

$b - a$ کدام است؟

(۴) 9

(۳) 8

(۲) 7

(۱) 6

تست ۱۹۴: فرض کنید $f(x) = |x-1|$ ، $g(x) = [2x]$ و $h(x) = \operatorname{sign}(-x)$ باشد. ضابطه تابع

(فارغ ۱۴۰۰)

$y = 2f(x) - h(x)g(x)$ در بازه $-\frac{3}{2} < x < -1$ کدام است؟

(۴) $-8x - 4$

(۳) $-2x + 2$

(۲) $5 - 2x$

(۱) $3x - 2$