

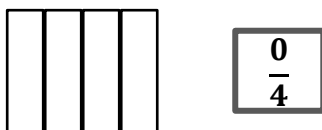
فصل دوم: اعداد کسری و اعشاری

اعداد کسری

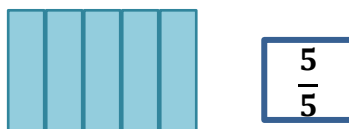
اگر شکل یا عددی به چند قسمت مساوی تقسیم شود و بخش‌هایی از آن انتخاب شود، می‌گوییم کسری از آن در نظر گرفته شده‌است.

انواع کسر:

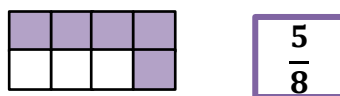
۱- **کسر مساوی با صفر:** اگر صورت کسری صفر باشد آن کسر برابر صفر خواهد بود. مثلاً کسر $\frac{0}{4}$ برابر صفر است.



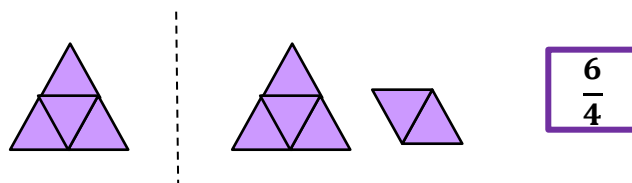
۲- **کسر واحد:** کسری که صورت و مخرج مساوی داشته باشد کسر واحد است. مثلاً کسرهای $\frac{5}{5}$, $\frac{11}{11}$, $\frac{24}{24}$ کسرهای واحد و برابر یک هستند.



۳- **کسر کوچکتر از واحد:** اگر صورت کسری کوچکتر از مخرج کسر باشد، آن کسر کوچکتر از واحد است. مثل کسرهای $\frac{7}{11}$, $\frac{5}{8}$.



۴- **کسر بزرگتر از واحد:** اگر صورت کسری بزرگتر از مخرج کسر باشد، آن کسر بزرگتر از واحد است. مثل کسرهای $\frac{11}{8}$, $\frac{6}{4}$.



نکته: مخرج اعداد حقیقی عدد یک است. $8 = \frac{8}{1}$

جمع و تفریق کسرها:

۱- **مخرج‌ها مساوی باشند:** در این صورت یکی از مخرج‌ها را نوشته و صورت‌ها را جمع یا تفریق می‌کنیم.

۲-مخرج‌ها مساوی نباشند: در این صورت باید ابتدا مخرج‌ها را با هم برابر کنیم برای این کار باید مخرج مشترک بگیریم.

مثال:

$$1) \frac{4}{5} + \frac{2}{5} = \frac{4+2}{5} = \frac{6}{5}, \quad 2) \frac{2}{3} - \frac{4}{7} \xrightarrow{\text{مخرج مشترک 21 است}} \frac{2 \times 7}{3 \times 7} - \frac{4 \times 3}{7 \times 3} = \frac{2}{21}$$

ضرب کسرها:

برای ضرب کسرها، صورت‌ها در هم و مخرج‌ها در هم ضرب می‌شوند. مثال:

$$\frac{1}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{1 \times 3}{4 \times 5} = \frac{3}{20}$$

تقسیم کسرها:

برای تقسیم کسرها باید مخرج‌ها مساوی باشند. (اگر مخرج‌ها مساوی نیستند باید یکسان‌سازی شوند.) از مخرج‌های یکسان صرف‌نظر کرده و صورت کسر اول بر صورت کسر دوم تقسیم می‌شود.

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{12} = \frac{9}{12} \div \frac{1}{12} = \frac{9}{1} = 9$$

تذکره: روش دیگر برای تقسیم کسرها به این صورت است که کسر اول را بدون تغییر نوشته، علامت تقسیم به ضرب تبدیل می‌شود و سپس کسر دوم را معکوس می‌کنیم. (در این روش نیاز به یکسان‌سازی مخرج‌ها نیست.)

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{12} = \frac{3}{4} \times \frac{12}{1} = 9$$

تذکره: اگر صورت و مخرج یک کسر را بر عددی غیر از صفر تقسیم (یا در عددی غیر از صفر ضرب) کنیم، کسری برابر با کسر قبلی به دست می‌آید.

مقایسه‌ی کسرها:

۱-مخرج کسرها مساوی باشد: در این حالت کسری با صورت بزرگتر، بزرگتر است.

$$\frac{2}{5} ? \frac{4}{5} \rightarrow \frac{2}{5} < \frac{4}{5}$$

۲-صورت کسرها مساوی باشد: در این حالت کسری با مخرج بزرگتر، کوچکتر است.

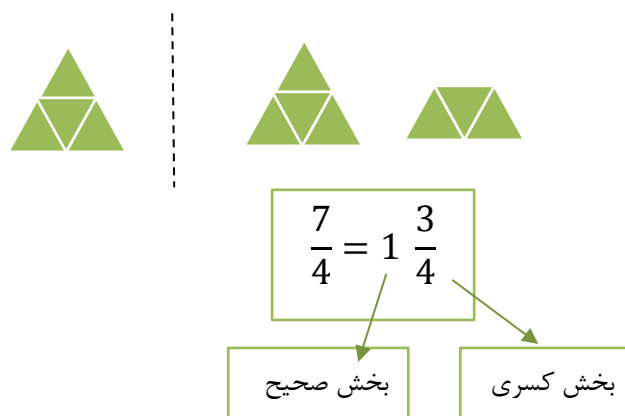
$$\frac{4}{5} ? \frac{4}{7} \rightarrow \frac{4}{5} > \frac{4}{7}$$

۳- کسرهایی با صورت و مخرج متفاوت: در این حالت با استفاده از مخرج مشترک، مخرج‌ها را یکسان می‌کنیم و سپس کسری که صورت بزرگتری دارد، بزرگتر خواهد بود.

عدد مخلوط:

کسرهایی بزرگتر از واحد را می‌توان به شکل دیگری که متشکل از یک عدد صحیح و یک بخش کسری است، نشان داد.

به مثال زیر توجه کنید:



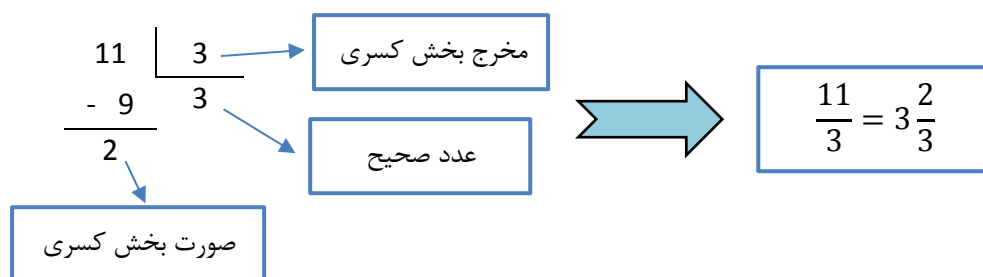
تبدیل کسر بزرگتر از واحد به عدد مخلوط:

۱- صورت کسر را به مخرج آن تقسیم می‌کنیم.

۲- خارج قسمت تقسیم، بخش صحیح عدد مخلوط است.

۳- باقیمانده صورت بخش کسری عدد مخلوط و مقسوم‌علیه مخرج آن است.

مثال: کسر بزرگتر از واحد $\frac{11}{3}$ را به صورت عدد مخلوط بنویسید.



تبدیل عدد مخلوط به کسر بزرگتر از واحد:

به این منظور عدد صحیح را در مخرج کسر ضرب نموده و با صورت بخش کسری جمع می‌کنیم که این عدد صورت کسر بزرگتر از واحد خواهد بود. مخرج عدد مخلوط و مخرج کسر بزرگتر از واحد برابر هستند.

$$3\frac{2}{7} = \frac{(3 \times 7) + 2}{7} = \frac{23}{7}$$

جمع و تفریق اعداد مخلوط:

برای جمع و تفریق چند عدد مخلوط، قسمت‌های صحیح را با هم و قسمت‌های کسری را با هم جمع و تفریق می‌کنیم. به عنوان مثال به جمع اعداد مخلوط زیر توجه کنید:

$$4\frac{1}{3} + 3\frac{5}{6} \rightarrow \begin{cases} (4 + 3) = 7 \\ \left(\frac{1}{3} + \frac{5}{6}\right) = \frac{(1 \times 2) + 5}{6} = \frac{7}{6} \end{cases} \Rightarrow 7\frac{7}{6}$$

نکته‌ی مهم: گاهی برای تفریق اعداد مخلوط نمی‌توان از روش بالا استفاده کرد. به عنوان مثال به تفریق زیر دقت کنید:

$$4\frac{1}{3} - 2\frac{2}{3} = \begin{cases} (4 - 2) = 2 \\ \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{3}\right) = ??? \end{cases}$$

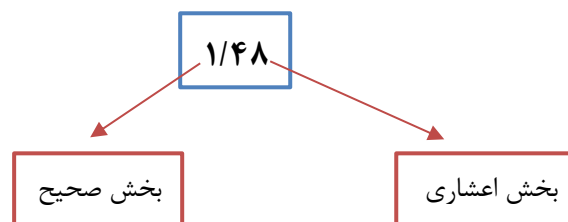
همانطور که در مثال بالا مشخص است نمی‌توان تفریق $\frac{1}{3} - \frac{2}{3}$ را انجام داد. برای حل این مشکل باید این اعداد مخلوط را به اعداد کسری تبدیل کرده و سپس عمل تفریق را انجام دهیم:

$$4\frac{1}{3} - 2\frac{2}{3} = \frac{13}{3} - \frac{9}{3} = \frac{4}{3}$$

نکته: برای ضرب و تقسیم اعداد مخلوط ابتدا آنها را به کسرهای بزرگتر از واحد تبدیل کرده و سپس ضرب و تقسیم را با توجه به آنچه قبلاً گفته شد انجام می‌دهیم.

اعداد اعشاری:

اگر مخرج کسر یکی از اعداد ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و باشد، می‌توان آن را به شکل اعشاری نمایش داد. اعداد اعشاری از یک بخش صحیح و بخش اعشاری تشکیل شده‌اند.



نوشتن کسر به صورت اعداد اعشاری:

صورت کسر را می‌نویسیم و به تعداد صفرهای مخرج کسر، از سمت راست رقم جدا کرده و اعشار قرار می‌دهیم.

$$\frac{36}{100} = 0 / 36$$

مرتبه‌ی ارقام در اعداد اعشاری:

بخش صحیح			بخش اعشاری		
صدگان			یکان		
دهگان			صدم		

خواندن اعداد اعشاری به صورت زیر است:

$$3/6 = \text{سه و شش دهم}$$

$$5/13 = \text{پنج و سیزده صدم}$$

نکته: اگر در سمت راست اعشار چند صفر باشد و بعد از آن رقم دیگری نباشد می‌توان از آن صرف‌نظر کرد.

$$50/020300 = 50 / 0203$$

مقایسه‌ی اعداد اعشاری:

هر عدد اعشاری که بخش صحیح بزرگتری داشته‌باشد، بزرگتر است و اگر بخش صحیح برابر بود هر عددی که بخش اعشاری بزرگتری داشته‌باشد بزرگتر از دیگری است.

$$8/1 > 8/08 \rightarrow \text{اولین رقم بعد از اعشار بزرگتر است}$$

جمع و تفریق اعداد اعشاری:

برای جمع و تفریق اعداد اعشاری مهمترین نکته این است که اعشار اعداد را زیر هم نوشته و عمل جمع یا تفریق را انجام دهیم.

$$\begin{array}{r} 32 / 11 \\ + 24 / 14 \\ \hline 56 / 25 \end{array}$$

پیشروی در تقسیم:

زمانی که باقی‌مانده‌ی تقسیم صفر نشده باشد می‌توان پیشروی کرد و تقسیم را ادامه داد. در این روش پس از خاتمه‌ی تقسیم، عدد صفر در سمت راست باقی‌مانده اضافه کرده و در خارج قسمت اعشار اضافه می‌کنیم و تقسیم را ادامه می‌دهیم. با استفاده از یک مثال مفهوم این قسمت روشن‌تر خواهد شد:

-اگر بعد از تعداد مشخصی مرحله، باقیمانده صفر نشد تقسیم را متوقف می‌کنیم. (مثلا ۳ مرحله)

$$\begin{array}{r} 30 \quad | \quad 4 \\ -28 \quad | \quad 7/5 \\ \hline 20 \\ -20 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 31 \quad | \quad 3 \\ -3 \quad | \quad 10/333 \\ \hline 01 \\ -0 \\ \hline 10 \\ -9 \\ \hline 10 \\ -9 \\ \hline 10 \\ -9 \\ \hline 1 \end{array}$$

در این تقسیم باقی‌مانده برابر 0/001 است.
و بر اساس این مقدار، درستی تقسیم قابل
اثبات است.

رندسازی

گاهی مواقع ممکن است اعداد اعشاری بدست بیاوریم که تعداد رقم‌های بعد از اعشار آنها زیاد باشد و وقتی که لازم داریم با آنها کار کنیم، این تعداد ارقام زیاد ممکن است کارمان را در محاسبات دشوار کند. به همین منظور برای ساده سازی محاسبات از تکنیکی به اسم **رندسازی** استفاده می‌کنیم. در این تکنیک به ۲ طریق می‌توانیم عمل کنیم که در پایین آورده شده است :

۱- **روش قطع کردن** : در این روش ارقام یکان یا دهگان را حذف یا به جای آن‌ها **صفر** قرار می‌دهیم.

۲- **روش گرد کردن** : در این روش اگر عددی که می‌خواهیم گرد کنیم کمتر از پنج بود به جای آن صفر و اگر بیشتر از پنج بود یک رقم به رقم سمت چپ اضافه می‌کنیم.

مثال : $24.17 \approx 24.2$ (با تقریب کمتر از 0.1)

$354/2734 \approx 300$ (با تقریب کمتر از 100)

تمرین‌های فصل دوم:

۱- در یک کلاس ۲۰ نفره، ۵ نفر عضو تیم والیبال و ۹ نفر عضو تیم فوتبال هستند. چه کسری از کلاس عضو هیچ تیمی نیستند؟

۲- علی با $\frac{1}{5}$ پولش کتاب و با نصف باقی‌مانده‌ی پولش یک دفتر خرید. چه کسری از پول علی باقی‌مانده است؟

۳- اگر با نصف پولمان کتاب و با ربع باقیمانده خودکار بخریم. و ۱۰۰۰ تومان برایمان باقی بماند. در ابتدا چه مقدار پول داشته‌ایم؟

۴- عدد $\frac{12}{81}$ را در نظر بگیرید. اگر جای مرتبه‌ی دهم و دهگان را عوض کنیم، چه مقدار افزایش خواهیم داشت؟

۵- حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

$$\left(\frac{5}{6} + \frac{2}{4} - \frac{2}{3}\right) \times \frac{3}{2}$$

$$2\frac{5}{8} + 3\frac{1}{4} - 4\frac{1}{8}$$

$$2/36 + 0/012 - 1/89$$