

به نام خدا

مواردی که در پروژه به بررسی آنها می پردازیم:

1. تاریخچه و روش های کنترل
2. معرفی کنترلر های PID
3. معرفی Plant و تابع تبدیل آن
4. طراحی کنترلر باروش زیگلور نیکولز
- طراحی به روش اول
- طراحی به روش دوم
5. پیاده سازی مجموعه درمتلب
- بادستورات آماده متلب
- بدون دستورات آماده متلب
- مدل سازی در سیمولینک متلب
6. تاثیر کنترلر بر روی پارامتر های خروجی
7. طراحی کنترلر به روش تغییر ضرایب
8. طراحی کنترلر به روش Lead/Lag
9. مدل سازی کنترلر در نرم افزار لب ویو

تاریخچه کنترل و اندازه گیری

با نگاهی ساده به چند سال گذشته درمیانم فرآیندهای کنترل و ابزار دقیق در مقایسه با امروز خیلی ساده بودند. این اشاره ای به سادگی "ابزار دقیق" دارد که با ظهور عملیات های بر مبنای نرم افزار و پیشرفت تکنولوژی بیشتر رشته ها، باعث شروع شاخه زدن تدریجی این رشته شدیم. همچنین فرآیندهای اندازه گیری و کنترل به طور عمده اشاره به "اندازه گیری و کنترل" دارند که به طور متوالی از تکنولوژی های مکانیکی و دستی، هیدرولیکی، نئوماتیکی، الکتریکی و دیجیتالی استفاده می شود. این رشته بعد از جنگ جهانی دوم افزایش سریعی یافت و پیشرفت رو به جلوی خود را با سیستم ها و وسایل بر مبنای دیجیتالی ادامه داد، این وسایل و سیستم ها امروزه نیز به سرعت به پیشرفت خود ادامه می دهند.

ما به طور یقین نمی دانیم که رشته کنترل و اندازه گیری توسط چه فردی اختراع شد، اما می توان گفت که به طور قطع در ۲۶۰۰ سال قبل از میلاد مسیح، مهندسان روم باستان با وسایل اندازه گیری ساده به طور دقیق می توانستند ارتفاع فنداسیون و ساختمان های هر می شکل خود را اندازه بگیرند و نیز سنگ های به آن عظمت را به طور دقیق ببرند. آنان همچنین از سد استفاده می کردند و با آن تمام سرزمین شان را آبیاری می کردند. قرن ها پیش رومیان فلومترهای ابتدایی ساخته بودند تا با استفاده از آن آب را هدایت و توزیع کنند.

لوله پیتوت در سال ۱۶۰۰ اختراع شد. گاورنر fly ball برای ماشین های بخار در سال ۱۷۷۴ در زمان انقلاب صنعتی اختراع شد (با کمی اصلاح هنوز امروزه استفاده می شود). گاورنر فلای بال باعث بدست آوردن مفهوم اولین کاربرد فیدبک در کنترل کننده ها شد. در اواخر ۱۸۰۰ ترمومترهای نوع چوب و نوع قطع و بارومترهای جیوه، نوع های قابل دسترس تجاری در آن زمان بودند. در اوایل سال ۱۹۰۰ ثبات های خودکاری، کنترل کننده های پنوماتیکی و کنترل کننده های دما موفقیت های تجاری بودند.

با ظهور جنگ جهانی اول نیازی احساس شد تا راندها ادوات افزایش پیدا کنند تا کمکی به بهبود و همچنین گسترش رشته ابزار دقیق شود. اتاق های کنترل افزایش یافته بودند و مفهوم کنترل PID، تناسبی P، انتگرال گیر I و مشتق گیر D به وجود آمدند. در نیمه های ۱۹۳۰ تحلیل کننده ها، فلومترها و ولت مترهای الکترونیکی گسترش یافته بودند. در آن زمان بیش از ۶۰۰ کمپانی فروشنده ادوات صنعتی وجود داشت.

در اوایل سال های ۱۹۴۰ روش تنظیم زیگلرونیکولز گسترش یافته بود (که هنوز امروزه استفاده می شود). جنگ جهانی دوم تأثیر زیادی در حرکت دادن رشته کنترل و اندازه گیری به یک جایگاه جدید و ثابت را داشت. ترانسمیترهای فشار، تمام ادوات الکترونیکی و ادوات بالانس کننده نیرو در این زمان تولید شده بودند. در اواخر سال های ۱۹۴۰ و در اواسط سال های ۱۹۵۰ فرآیندهای کنترل صنعتی با ترانزیستورهای ابتدایی جایگزین شده بودند. در سال های ۱۹۶۰ کامپیوتر وارد عرصه ی صنعت شد و در DDC یا کنترل دیجیتال مستقیم همراه با لامپ CRT به عنوان رابط اپراتور، کنترل کننده های برنامه پذیر PLC ها، اندازه گیرهای گردابی استفاده شدند و در این زمان شیرهای کنترل نیز اصلاح شدند. در سال های ۱۹۷۰ میکروپروسورها، سیستم های کنترل توزیع شده DCS، کابل های فیبر نوری، تحلیل کننده های اکسیژن درون بدن و IC های حافظه با دستیابی تصادفی RAM پا به عرصه ظهور نهادند.

سال های ۱۹۸۰ و ۱۹۹۰ عصر کامپیوترهای شخصی (PC) و نرم افزار بود که به طور گسترده در DCS و PLC کاربرد دارند. این دوران نیز آغاز شبکه های عصبی، سیستم های ویژه، منطق فازی، ابزار دقیق های هوشمند و کنترل کننده های خود تنظیم بود.

طبیعت کنترل و اندازه گیری ناشناخته است. هر چند بر گرایش های حاضر انتظار می رود که خطوط نامحدود بین DCS ها و PLC ها ناپدید شود، عیب یابی اتوماتیکی و خود تعمیری افزایش یابد، هوش های مصنوعی به کار گرفته شوند و سیستم های باس ارتباطات در دستگاههای بسیار بزرگ به یک استاندارد، قانونمند خواهند شد. سن تمام مجموعه مطالب دیجیتال از اندازه گیری تا سیستم های کنترل تا المان های کنترل نهایی در یک افق هستند.

کنترل کننده PID یا تناسبی-انتگرالی-مشتقی، یک الگوریتم و روش کنترل حلقه بسته با بهره گیری از مفهوم فیدبک است که در بسیاری از فرایندهای صنعتی برای کنترل سرعت موتورهای DC، کنترل فشار، کنترل دما و... به کار می رود. در این آموزش، مفاهیم و پیکربندی های کنترل کننده PID را بیان می کنیم و در ادامه با روش های مختلف طراحی این نوع کنترل کننده و تنظیم پارامترهای آن آشنا خواهیم شد.

کنترل دستی

بدون کنترل کننده های خودکار، تنظیمات فرایندها را باید به صورت دستی انجام داد. برای مثال، برای ثابت نگه داشتن دمای آب تخلیه شده از یک گرم کن گازی صنعتی، اپراتور دماسنج را مشاهده و شیر گاز را بر اساس آن تنظیم می کند (شکل ۱). اگر به دلایلی دمای آب بسیار زیاد شود، اپراتور مجبور می شود شیر گاز را تا جایی کم کند که دما به حالت مطلوب قبلی برسد. اگر آب خیلی سرد شود، اپراتور شیر گاز را باز می کند.

این کنترل دستی یک فرم بسیار ساده از کنترل است که منجر به نوسان در متغیر فرایند می شود. نوسان می تواند بر کیفیت محصول خروجی تأثیر منفی داشته باشد که نامطلوب است. یک روش کنترلی جایگزین، استفاده از کنترلی خودکار است که کنترل PID نامیده می شود. در ادامه، این روش کنترلی را توضیح می دهیم.

کنترل فیدبک: وظیفه کنترلی که اپراتور انجام می دهد، کنترل فیدبک یا بازخورد (Feedback Control) نامیده می شود، زیرا اپراتور میزان آتش را بر اساس فیدبک یا بازخوردی تغییر می دهد که توسط دماسنج از فرایند دریافت کرده (دیده) است.

حلقه کنترل: اپراتور، شیر گاز، فرایند و دماسنج یک حلقه کنترل را تشکیل می دهند. هر تغییری که اپراتور به شیر گاز اعمال می کند، روی دمای آب تأثیر می گذارد و همین تغییر به اپراتور بازخورد می شود. در نتیجه، حلقه بسته می شود.

کنترل خودکار

برای خلاص شدن اپراتور از کار خسته کننده کنترل دستی، باید حلقه کنترل را خودکار کنیم. این کار به صورت زیر قابل انجام است:

- نصب یک دستگاه اندازه گیری دمای الکترونیکی
- خودکار کردن شیر گاز با اضافه کردن یک محرک یا فعال گر (و شاید یک گیره تنظیم وضعیت)
- تعبیه یک کنترل کننده (مثلاً PID) و اتصال آن به یک دستگاه اندازه گیری دمای الکترونیکی و شیر کنترل خودکار

کنترل کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی (Proportional-Integral-Derivative Controller) یک نقطه تنظیم (Set Point) یا SP دارد که اپراتور می تواند آن را روی دمای مطلوب تنظیم کند. خروجی کنترل کننده (Controller's Output) یا CO موقعیت شیر کنترل را تنظیم می کند. و در نهایت، دستگاه اندازه گیری دما، که متغیر فرایند (Process Variable) یا PV نامیده می شود، فیدبک لازم را به کنترل کننده می دهد. متغیر فرایند و خروجی کنترل کننده معمولاً با سیگنال های ۴ تا 20 میلی آمپری یا فرمان های دیجیتال روی یک فیلدباس منتقل می شوند.

وقتی همه اجزا در جای خود قرار گیرند، کنترل کننده PID متغیر فرایند را با نقطه تنظیم مقایسه کرده و اختلاف بین دو سیگنال را محاسبه می کند که خطا (Error) یا E نامیده می شود.

سپس، بر اساس خطا و ثابت های تنظیم کنترل کننده PID، کنترل کننده یک خروجی مناسب را محاسبه کرده و برای نگه داشتن دما در نقطه تنظیم، شیر را می چرخاند. اگر لازم باشد دما به بالاتر از مقدار نقطه تنظیم تغییر کند، کنترل کننده موقعیت شیر را در جهت عکس تغییر می دهد و بالعکس.

مدهای کنترلی

کنترل کننده های PID سه مُد کنترلی دارند:

- کنترل تناسبی (Proportional Control)
- کنترل انتگرالی (Integral Control)
- کنترل مشتقی (Derivative Control)

هر یک از این سه مد، واکنش متفاوتی نسبت به خطا دارند. مقدار پاسخ تولیدی هر مد کنترلی را می توان با تغییر تنظیمات کنترل کننده سامان داد. در ادامه، هر یک از این مدها را توضیح می دهیم.

مد کنترل تناسبی

مد کنترل تناسبی، در اغلب موارد نیروی محرک کنترل کننده است. این مد، خروجی کنترل کننده را متناسب با مقدار خطا تغییر می دهد (شکل ۴). اگر خطا بزرگ شود، عمل یا کنش کنترلی نیز بزرگ تر می شود.

پارامتر قابل تنظیم کنترل تناسبی، بهره کنترل کننده (Controller Gain) یا KcKc نامیده می شود. هرچه بهره کنترل کننده بزرگ تر باشد، عمل کنترل تناسبی خطا را افزایش می دهد. اگر بهره کنترل کننده در مقدار بسیار بالایی تنظیم شود، حلقه کنترل شروع به نوسان می کند و ناپایدار می شود. از سوی دیگر، اگر بهره بسیار کم باشد، پاسخ به اغتشاشات یا تغییرات نقطه تنظیم، به اندازه کافی کارساز نخواهد بود.

$$P=KC \times E$$

تنظیم بهره کنترل کننده، بر مدهای کنترل انتگرالی و مشتقی نیز تأثیر می‌گذارد. به همین دلیل است که این پارامتر را بهره کنترل کننده می‌نامیم، نه بهره تناسبی.

در حالی که اغلب کنترل کننده‌ها از بهره کنترل کننده (KcKc) به عنوان تنظیم تناسبی استفاده می‌کنند، برخی کنترل کننده‌ها از باند تناسبی (Proportional Band) یا PB بهره می‌برند که بر حسب درصد بیان می‌شود.

مد کنترل انتگرالی

لزوم بازنشانی دستی، منجر به توسعه بازنشانی خودکار یا مد کنترل انتگرالی شده است. وقتی خطا وجود داشته باشد (متغیر فرایند در نقطه تنظیم نباشد)، مد کنترل انتگرالی خروجی کنترل کننده را به صورت پیوسته کم یا زیاد می‌کند تا خطا را به صفر کاهش دهد. اگر خطا بزرگ باشد، مد انتگرالی خروجی کنترل کننده را به سرعت افزایش یا کاهش می‌دهد و اگر خطا کوچک باشد، تغییرات آرام‌تر رخ خواهد داد.

برای یک خطای مشخص، سرعت عمل انتگرالی با زمان تنظیم کنترل کننده انتگرالی (TiTI) سامان داده می‌شود. مقدار بزرگ TiTI، موجب عمل انتگرالی کند می‌شود و مقدار کوچک TiTI، به عمل انتگرالی سریع می‌انجامد (شکل ۵). اگر زمان انتگرال بسیار بزرگ باشد، کنترل کننده بسیار کند خواهد بود و در صورتی که بسیار کوچک باشد، حلقه کنترل نوسانی و ناپایدار خواهد شد. در شکل ۵، TSTS بازه اجرای الگوریتم کنترل است که گاهی زمان نمونه‌برداری یا زمان اسکن نیز نامیده می‌شود.

مد کنترل مشتقی

سومین مد کنترلی در یک کنترل کننده PID، مشتق است. کنترل مشتقی به ندرت در کنترل فرایندها مورد استفاده قرار می‌گیرد، اما در کنترل حرکت از آن استفاده بیشتری می‌شود. این نوع کنترل کننده در کنترل فرایند نسبت به نویز اندازه‌گیری بسیار حساس است و تنظیم با استفاده از سعی و خطا را دشوارتر می‌کند. با وجود این، استفاده از مد کنترل مشتق یک کنترل کننده، پاسخ حلقه کنترل را نسبت به مد کنترل PI که در ادامه بیان می‌کنیم، اندکی افزایش می‌دهد.

مد کنترل مشتقی، یک خروجی را بر اساس میزان تغییرات خطا (شکل ۶) تولید می‌کند. وقتی تغییرات خطا زیاد باشد، مد مشتقی عمل کنترل بیشتری تولید خواهد کرد. وقتی خطا تغییر نکند، عمل مشتقی صفر خواهد بود. مد مشتقی یک تنظیمات قابل تغییر دارد که زمان

مشتق (TD) نامیده می شود. هر چه زمان مشتق بیشتر باشد، عمل حاصل از مشتق بیشتری تولید خواهد شد. وقتی زمان مشتق بسیار طولانی باشد، نوسان‌هایی رخ می دهد و حلقه کنترل ناپایدار خواهد شد.

دو واحد اندازه گیری مورد استفاده در تنظیمات مشتق گیر یک کنترل کننده دقیقه و ثانیه هستند.

کنترل کننده تناسبی

درک و تنظیم کنترل کننده‌های تناسبی (Proportional Controller) یا P، آسان است. خروجی کنترل کننده به سادگی برابر با مجموع خروجی مد کنترل تناسبی و یک بایاس است. بایاس باید به گونه‌ای باشد که وقتی خطا وجود ندارد، کنترل کننده بتواند خروجی را در مقدار 50 درصد نگه دارد.

استفاده از کنترل کننده تناسبی به تنهایی، یک عیب بزرگ دارد و آن، آفست (Offset) است. آفست، یک خطای پایدار است که نمی توان به تنهایی با کنترل تناسبی آن را از بین برد. برای مثال، کنترل سطح آب یک مخزن را در نظر بگیرید که در شکل ۸ نشان داده شده و یک کنترل کننده تناسبی دارد. تا زمانی که جریان آب مخزن ثابت بماند، سطح آب در نقطه تنظیم باقی می ماند.

اگر اپراتور جریان خروجی آب را افزایش دهد، به دلیل عدم تعادل بین جریان آب ورودی و خروجی، سطح آب مخزن کاهش پیدا می کند. وقتی سطح آب کم می شود، خطا افزایش می یابد و کنترل کننده تناسبی، خروجی کنترل کننده را متناسب با این خطا زیاد می کند. در نتیجه، شیری که جریان آب ورودی به مخزن را کنترل می کند، بیشتر باز شده و آب بیشتری وارد مخزن می شود.

اگر کاهش سطح آب مخزن به صورت پیوسته ادامه پیدا کند، شیر ورودی آب نیز به صورت پیوسته باز خواهد شد تا زمانی که جریان ورودی و خروجی آب مخزن برابر شوند. در این نقطه، سطح مخزن (و خطا) ثابت می ماند. از آنجایی که خطا ثابت می ماند، خروجی کنترل کننده P ثابت بوده و موقعیت شیر را ثابت نگه می دارد. اکنون سیستم در حالت تعادل قرار دارد، اما سطح مخزن، پایین تر از نقطه تنظیم آن است. این مقدار خطای پایدار باقیمانده، آفست نامیده می شود.

شکل ۹، پاسخ کنترل کننده تناسبی و اثر کاهش ناگهانی فشار سوخت گاز هیترا نشان می دهد که قبلاً درباره آن بحث کردیم. کاهش فشار گاز، میزان آتش و در نتیجه دمای خروجی هیترا را کاهش می دهد. این امر موجب خطا در پاسخ کنترل کننده می شود. البته یک نقطه تعادل جدید بین عمل کنترلی و خطا به وجود می آید و آفست دما با کنترل کننده تناسبی از بین نخواهد رفت.

در کنترل فقط تناسبی، آفت تا زمانی که اپراتور به صورت دستی بایاس خروجی کنترل کننده را تغییر ندهد، وجود خواهد داشت. این کار معمولاً با قرار دادن کنترل کننده در حالت دستی و تغییر خروجی به صورت دستی تا رسیدن به خطای صفر انجام می‌شود. پس از آن، کنترل کننده به حالت خودکار سوئیچ می‌شود. در این حالت می‌گوییم اپراتور به صورت دستی کنترل کننده را بازنشانی کرده است.

کنترل کننده تناسبی-انتگرالی

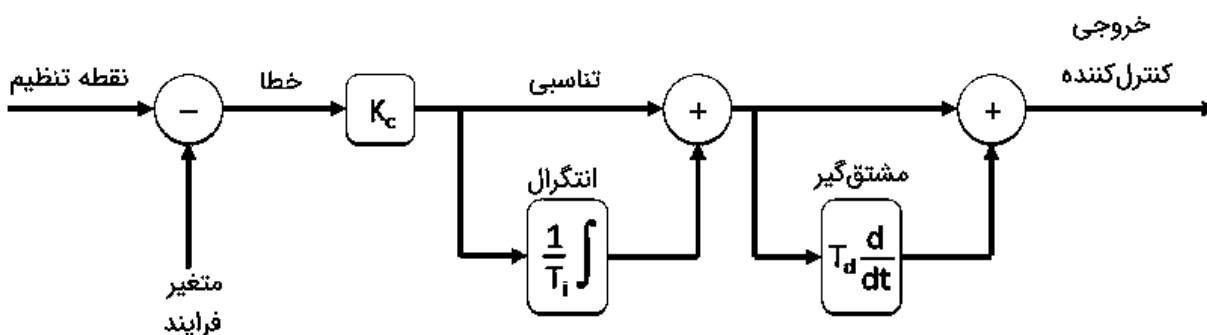
خروجی کنترل کننده تناسبی-انتگرالی (PI) یا PI، از مجموع عمل‌های کنترلی تناسبی و انتگرالی تشکیل می‌شود:

کنترل کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی

خروجی کنترل کننده تناسبی-انتگرالی-مشتق‌گیر یا PID از مجموع عمل‌های کنترلی تناسبی، انتگرالی و مشتقی تشکیل شده است. سازندگان، کنترل کننده‌های PID را در سه پیکربندی مختلف تولید می‌کنند. این سه پیکربندی تعاملی (Interactive)، غیرتعاملی (Noninteractive) و موازی (Parallel) نامیده می‌شوند. برخی تولیدکنندگان نیز این امکان را به وجود آورده‌اند که مشتری از بین پیکربندی‌های مختلف در نرم‌افزار کنترل کننده یک مورد را انتخاب کند.

کنترل کننده PID تعاملی

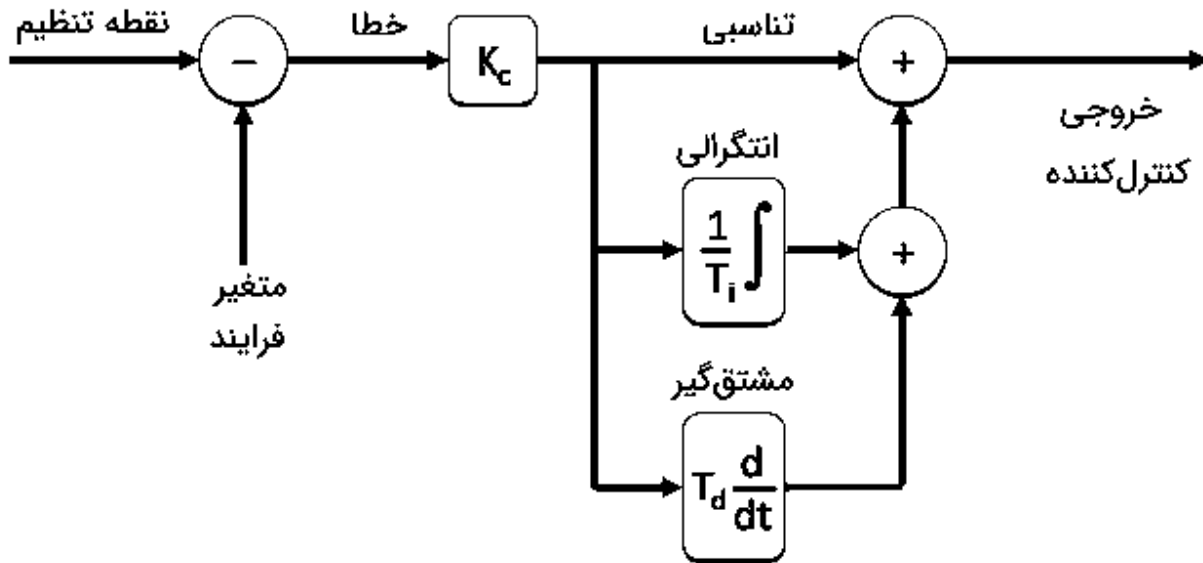
شکل زیر، نمودار بلوکی کنترل کننده PID تعاملی را نشان می‌دهد.



این کنترل کننده، سری (Series)، کلاسیک (Classical) یا حقیقی (Real) نیز نامیده می‌شود. کنترل کننده‌های پنوماتیکی و الکترونیکی اولیه دارای این پیکربندی بودند و هنوز هم کنترل کننده‌هایی با این پیکربندی وجود دارد. قواعد تنظیم PID زیگلر-نیکولز (Ziegler-Nichols) برای این نوع کنترل کننده معرفی شده است.

کنترل کننده PID غیر تعاملی

شکل زیر، نمودار بلوکی کنترل کننده PID غیر تعاملی را نشان می دهد.

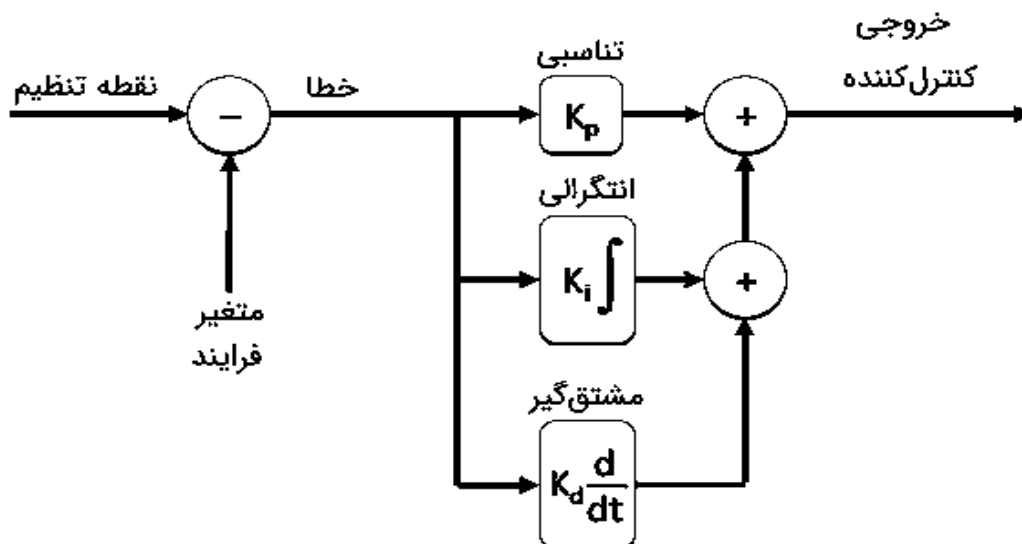


کنترل کننده غیر تعاملی، ایده آل (Ideal)، استاندارد (Standard) یا ISA نیز نامیده می شود. الگوریتم های تنظیم کهن-کن (Cohen-Coon) و لاندا (Lambda) برای این نوع پیکربندی طراحی شده اند.

اگر از مشتق گیر استفاده نشود، آنگاه ساختارهای تعاملی و غیر تعاملی یکسان خواهند بود.

کنترل کننده PID موازی

شکل زیر، نمودار بلوکی کنترل کننده PID موازی را نشان می دهد.

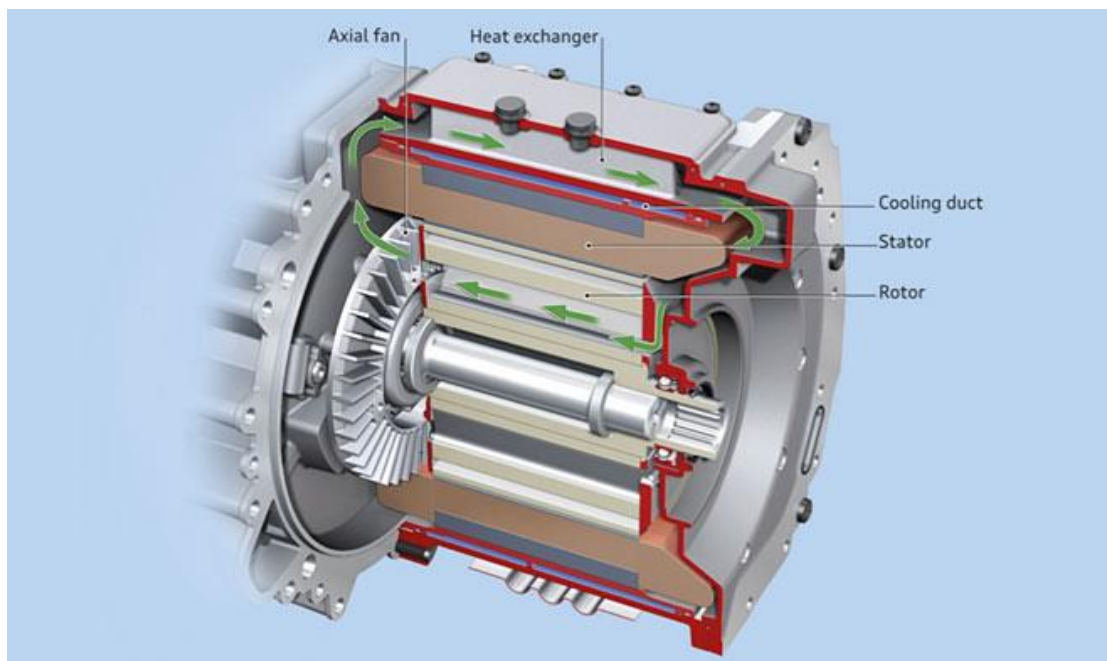


در برخی از کتاب‌های درسی درباره کنترل کننده PID موازی بحث شده است. این نوع کنترل کننده در سیستم‌های کنترل توزیع شده (DCS) و کنترل کننده‌های منطقی برنامه پذیر (PLC) نیز به کار می‌رود. فهم این ساختار PID ساده است، اما تنظیم آن آسان نیست. دلیل این امر آن است که بهره کنترلی وجود ندارد که بر هر سه مد کنترلی تأثیر بگذارد و به جای آن یک بهره کنترلی وجود دارد که فقط مد کنترلی متناظر با خود را تحت تأثیر قرار می‌دهد. تنظیم بهره تناسبی باید با توجه همزمان به تنظیمات انتگرال گیر و مشتق گیر باشد. در برخی DCS ها گزینه جایگزین این نوع PID وجود دارد و می‌توان آن را انتخاب کرد.

کنترل کننده PID عمل کنترلی سریع تری نسبت به کنترل‌های P و PI دارد. این کنترل کننده، اثر اغتشاش را کاهش می‌دهد و زمان کمتری طول می‌کشد تا به سطح نقطه تنظیم برسد.

معرفی plant

یک موتور کشنده یک موتور الکتریکی است که برای نیروی محرکه یک خودرو مانند لوکوموتیو الکتریکی یا خودروی جاده‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد.



موتورهای کشنده برای خودروی ریلی برقی (واحد‌های چندگانه برقی) و خودروهای برقی دیگر مانند کشتی های شناور الکتریکی، بالابرها، نوار نقاله‌ها، و اتوبوس‌های برقی به‌علاوه خودروهای دارای دستگاه‌های انتقال الکتریکی (خودروهای دیزلی-برقی - خودروهای هیبریدی برقی) و خودروهای برقی باتری دار مورد استفاده قرار می‌گیرند.

یک موتور کشنده

انواع موتور کشنده و کنترل آن:

موتورهای جریان مستقیم با سیم‌پیچ‌های میدانی سری، از قدیمی‌ترین نوع موتورهای کشنده هستند.

با تنظیم سیم‌پیچ میدان با قابلیت multiple taps، مشخصه سرعت می‌تواند تغییر کند و کنترل سرعت را توسط اپراتور به‌طور یکنواخت‌تری میسر سازد.

اندازه‌گیری دیگری از کنترل با استفاده از جفت موتورها در خودرو ارائه شد؛

دو موتور برای عملکرد آرام یا بارهای سنگین، می‌توانند در سری‌های دور از عرضه جریان مستقیم راه‌اندازی شوند.

در جاییکه سرعت بالاتر مدنظر باشد، این موتورها می‌توانند به‌طور موازی عمل کنند و ولتاژ بالاتری را در هر یک ایجاد نمایند و بنابراین سرعت‌های بالاتری را میسر سازند.

بخش‌هایی از یک سیستم راه‌آهن ممکن است از ولتاژهای متفاوتی با ولتاژهای بالاتر در مسافت‌های طولانی‌تر بین ایستگاه‌ها و ولتاژ پایین‌تر نزدیک ایستگاه‌ها، در جاییکه عملکرد آرام‌تر می‌تواند سودمند باشد، استفاده کنند.

نوع دیگری از سیستم DC، موتور سری AC بود که الزاماً دستگاه مشابهی است اما با جریان متناوب کار می‌کند.

از آنجایی که جریان آرمیچر و میدان هر دو به‌طور همزمان معکوس می‌شوند، رفتار موتور مشابه زمانی است که با جریان مستقیم کار می‌کند.

برای دستیابی به شرایط عملکرد بهتر، خط آهن‌های AC اغلب از جریانی در فرکانس پایین‌تر از عرضه تجاری مورد استفاده برای برق و روشنایی عمومی تأمین می‌شوند.

نیروگاه‌های برق ویژه با جریان کشنده یا مبدل‌های چرخان برای تبدیل برق تجاری ۵۰ یا ۶۰ هرتز به فرکانس ۱۶ ۳/۲ هرتز مورد استفاده برای موتورهای کشنده AC بکار برده شدند.

سیستم AC، توزیع مؤثر برق را در طول خط آهن و همچنین کنترل سرعت را توسط صفحه کلید روی وسیله نقلیه میسر ساخت.

پلنت مورد استفاده در این پروژه موتور کشنده از نوع dc است که با توجه به پارامترهای آن تابع تبدیلی به صورت زیر نتیجه می‌شود:

(لازم به ذکر است تابع تبدیل پلنت از مثال‌های عملی فصل اول کتاب کنترل مدرن نوشته آقای پیشاب و دوورف انتخاب شده است.)

$$\frac{2700}{s^2 + 1.25s + 2700.75}$$

